第七编　不等式 简易逻辑 复数

第十五章　不等式

第一节　一元二次不等式(第 93 页)

【典例解析】

例 1

练习 1．不等式 $-x^2-2x+3\le 0$ 的解集为（　　）

A．$\{x|x\ge 3$ 或 $x\le -1\}$　　　　B．$\{x|-1\le x\le 3\}$

C．$\{x|-3\le x\le 1\}$　　　　D．$\{x|x\le -3$ 或 $x\ge 1\}$

【答案】D

【解析】$\because -x^2-2x+3\le 0$，

$\therefore x^2+2x-3\ge 0$，

即 $(x-1)(x+3)\ge 0$，

$\therefore \{x|x\le -3$ 或 $x\ge 1\}$．故选 D．

考点：一元二次不等式的解法．

练习 2．不等式 $x^2-2x-5>2x$ 的解集是（　　）

A. $\{x\,|\,x\ge 5或x\le -1\}$　　B. $\{x\,|\,x>5或x<-1\}$

C. $\{x\,|\,-1<x<5\}$　　D. $\{x\,|\,-1\le x\le 5\}$

【答案】B

【解析】$x^2-2x-5>2x \Rightarrow x^2-4x-5>0 \Rightarrow (x-5)(x+1)>0$

$\Rightarrow x<-1$ 或 $x>5$．故 B 正确．

考点：一元二次不等式．

例 2

练习 解关于 x 的不等式: $(x-2)(ax-2)\ge 0$　（其中 $a\ge 0$）

解：若 $a=0$ 时，则不等式的解集是 $(-\infty,2]$

当 $a>0$ 时，　相应方程的根是 $x=2, x=\dfrac{2}{a}$

若 $0<a<1$ 时，则不等式的解集是 $(-\infty,2]\cup[\dfrac{2}{a},+\infty)$；

若$a=1$时，则不等式的解集是R；

若$a>1$时，则不等式的解集是$(-\infty,\frac{2}{a}]\cup[2,+\infty)$

例3.

练习 设一元二次不等式$ax^2+bx+1>0$的解集为$\left\{x\middle|-1<x<\frac{1}{3}\right\}$，则$ab$的值为(　　)

A．－6　　　　B．－5　　　　C．6　　　　D．5

【答案】C

【解析】由不等式解集为$\left\{x\middle|-1<x<\frac{1}{3}\right\}$可知方程$ax^2+bx+1=0$的两个根为$-1,\frac{1}{3}$，

$$\therefore\begin{cases}-1+\frac{1}{3}=-\frac{b}{a}\\-1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{a}\end{cases}\qquad\therefore\begin{cases}a=-3\\b=-2\end{cases}\qquad\therefore ab=6$$

考点：三个二次关系

【同步练习】（第74页）

1.求解下列一元二次不等式。

解析：由不等式$x^2>x$得：$x(x-1)>0\Rightarrow x>1或x<0,即x\in(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

(2) $x(x+2)\geq0$

解析：令$x(x+2)=0$解得$x=-2$或$x=0$，

所以原不等式的解集为$\{x\,|\,x\leq-2或x\geq0\}$.

(3) $-x^2-2x+3\leq0$

解析：Q $-x^2-2x+3\leq0$，

$\therefore x^2+2x-3\geq0$，

即$(x-1)(x+3)\geq0$，

$\therefore\{x|x\leq-3或x\geq1\}$.

(4) $x^2-2x-5>2x$

解析：$x^2-2x-5>2x\Rightarrow x^2-4x-5>0\Rightarrow(x-5)(x+1)>0$

解得$\{x\,|\,x\le -1或x\ge 5\}$

(5) $2x^2-x-3>0$

解析：与不等式对应的方程的两根为$x_1=\frac{3}{2},x_2=-1$，

结合二次函数可知解集为$\{x\,|\,x>\frac{3}{2}或x<-1\}$

(6) $x^2-2x-3<0$

解析：由$x^2-2x-3<0\Leftrightarrow(x-3)(x+1)<0\Leftrightarrow -1<x<3$，

所以不等式$x^2-2x-3<0$的解集为$(-1,3)$.

(7) $2x^2-x-1>0$

解析：将不等式$2x^2-x-1>0$化简为：$2(x-1)(x+\frac{1}{2})>0$，

根据一元二次不等式与二次函数的关系知，$x>1$或$x<-\frac{1}{2}$，

即不等式$2x^2-x-1>0$的解集是$(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(1,+\infty)$.

(8) $(x-1)(2-x)\ge 0$

解析：$(x-1)(2-x)\ge 0\Rightarrow(x-1)(x-2)\le 0\Rightarrow 1\le x\le 2$，

所以原不等式的解集为$\{x\,|\,1\le x\le 2\}$

注意分解因式后变量x系数的正负.

考点：解不等式.

2.【答案】（1）$a=-2$ （2）$\{x\,|\,-3<x<\frac{1}{2}\}$

【解析】

（1）依题意，可知方程$ax^2+5x-2=0$的两个实数根为$\frac{1}{2}$和 2，

由韦达定理得：$\frac{1}{2}+2=-\frac{5}{a}$

解得：$a=-2$

（2）不等式$-2x^2-5x+3>0$化为$(2x-1)(x+3)<0$，

$\therefore -3<x<\frac{1}{2}$,

故原不等式的解集为$\{x|-3<x<\frac{1}{2}\}$

考点：本题考查了一元二次不等式的解法

点评：一元二次不等式的解法的考查主要有：一是利用一元二次不等式与相应的二次函数、一元二次方程的联系解一元二次不等式的出题；二是求含参数的一元二次不等式的解集或者利用不等式求参数范围，一般要对参数进行分类讨论

3.【答案】若$a>2$，解集是$(2,a)$；若$a=2$，解集是$\varnothing$；若$a<2$，解集是$(a,2)$

【解析】解一元二次不等式时首先找到与不等式对应的方程的根，结合二次函数图像求解不等式的解集，本题中需要讨论方程的两根的大小来确定不等式的解集的范围

解析：由$x^2-(2+a)x+2a<0$，

得$(x-2)(x-a)<0$.

①若$a>2$，则不等式的解集是$(2,a)$；

②若$a=2$，则不等式的解集是$\varnothing$；

③若$a<2$，则 不等式的解集是$(a,2)$.

考点：一元二次不等式解法。

第二节 简单的相性规划(第 94 页)

【真题重现】

1.【答案】$\frac{3}{2}$；　2.【答案】D；　3.【答案】B

【典例解析】

例 1

练习 不等式组$\begin{cases} y\ge 0 \\ x+3y\le 4, \\ 3x+y\ge 4 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积等于

A. $\frac{3}{2}$　B. $\frac{2}{3}$　C. $\frac{4}{3}$　D. $\frac{3}{4}$

【答案】C

【解析】不等式对应的可行域为直线$y=0, x+3y=4, 3x+y=4$围成的三角形，

顶点为$(4,0),\left(\frac{4}{3},0\right)$，$(1,1)$，所以面积为$\frac{4}{3}$

考点：不等式表示平面区域

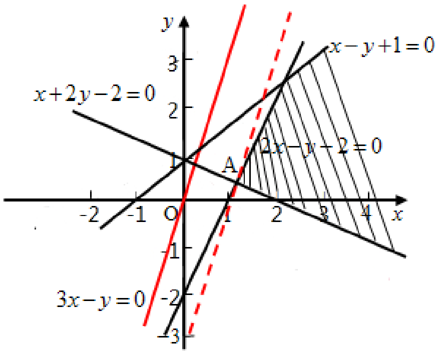
例 2

练习 设 x， y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-2\geq 0 \\ x-y+1\geq 0 \\ 2x-y-2\geq 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x-y$ 的取值范围是（　　）

A. $[-1，\frac{16}{5}]$　　B. $[-1，5]$　　C. $[\frac{16}{5}，+\infty)$　　D. $[5，+\infty)$

【答案】C

【解析】作出可行域，如图所示.



作直线 $l_0: 3x-y=0$，再作一组平行于 l_0 的直线

$l: 3x-y=z$，

当直线 l 经过点 A 时， $z=3x-y$ 取得最小值，

由 $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ 2x-y-2=0 \end{cases}$

得： $\begin{cases} x=\frac{6}{5}, \\ y=\frac{2}{5} \end{cases}$

所以点 A 的坐标为 $\left(\frac{6}{5},\frac{2}{5}\right)$，

所以 $z_{\min}=3\times\frac{6}{5}-\frac{2}{5}=\frac{16}{5}$， $z=3x-y$ 无最大值，

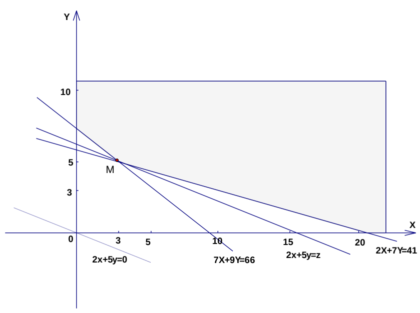
所以 $z=3x-y$ 的取值范围是 $\left[\frac{16}{5},+\infty\right)$，故选 C.

例 3.

练习 某工厂要制造 A 种电子装置 41 台，B 种电子装置 66 台，需用薄钢板给每台装置配一个外壳，已知薄钢板的面积有两种规格：甲种薄钢板每张面积 2 m²，可做 A、B 的外壳分别为 2 个和 7 个，乙种薄钢板每张面积 5 m²，可做 A、B 的外壳分别为 7 个和 9 个，求两种薄钢板各用多少张，才能使总的用料面积最小？

解：设甲乙两种薄钢板各用 x, y 张，用料总面积为 z，则目标函数为 $z=2x+5y$，

约束条件为 ： $\begin{cases} 2x+7y\geq 41 \\ 7x+9y\geq 66 \\ x\geq 0, y\geq 0 \\ x, y\in N \end{cases}$



作出约束条件的可行域如图：

作直线l：$2x+5y=0$，平移，观察知，当l经过点M时，z取到最小值。

解方程组$\begin{cases}2x+7y=41\\7x+9y=66\end{cases}$，

得M点坐标为$x=3, y=5$

所以$z_{\min}=2x+5y=31$㎡

答：甲种钢板用 3 张，乙种钢板用 5 张，能够使总的用料面积最小。

【同步练习】（第 75 页）

1.【答案】A

【解析】（0,0）满足不等式$x-2y+6>0$，但（0,0）在直线$x-2y+6=0$的右下方，

故选 A.

考点：二元一次不等式组表示平面区域。

2.【答案】B

【解析】

1）求目标函数的最值，必须先准确地作出线性可行域再作出目标函数对应的直线，据题意确定取得最优解的点，进而求出目标函数的最值.

2）线性目标函数 $z=ax+by$ 取最大值时的最优解与 b 的正负有关，

当 $b>0$ 时，最优解是将直线 $ax+by=0$ 在可行域内向上平移到端点（一般是两直线交点）的位置得到的，当 $b<0$ 时，则是向下方平移.

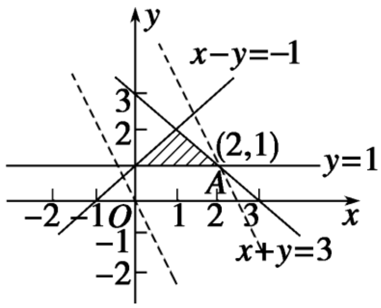
画出可行域如图中阴影部分所示，目标函数 $z=4x+2y$

可转化为 $y=-2x+\frac{z}{2}$，作出直线 $y=-2x$ 并平移，

显然当其过点 A 时纵截距$\frac{z}{2}$最大.

解方程组$\begin{cases}x+y=3\\y=1\end{cases}$

得 $A(2,1)$，$\therefore z_{\max}=10$.

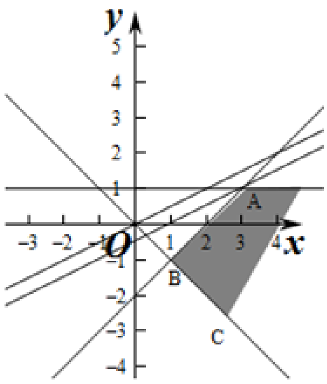


3【答案】B

【解析】作出不等式组对应的平面区域如图（阴影部分ABC），由$z=x-2y$得$y=\frac{1}{2}x-\frac{z}{2}$，平移直线$y=\frac{1}{2}x-\frac{z}{2}$，由图象可知当直线$y=\frac{1}{2}x-\frac{z}{2}$，过点$A$时，直线$y=\frac{1}{2}x-\frac{z}{2}$的截距最大，此时$z$最小，

由$\begin{cases}y=1\\x-y-2=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$，即$A(3,1)$，代入目标函数，得$z=1$，

即目标函数的最小值为1，故选 B.



考点：简单的线性规划.

4.【答案】4

【解析】本题主要考察线性约束条件下的最值问题，$z=3x-2y$ 的最大值就是直线

$y=\frac{3}{2}x-\frac{z}{2}$ 纵截距的最小值，必在可行域的端点（即围成可行域的几条直线的交点）处取得，由不等式组可知端点为 $(0,0)$ $(0,-2)$ $(2,2)$，直线 $y=\frac{3}{2}x-\frac{z}{2}$ 过 $(0,0)$ $(1,0)$ $(2,2)$ 时

所对应的纵截距依次为 $-\frac{z_1}{2}=0,-\frac{z_2}{2}=-2,-\frac{z_3}{2}=-1,$

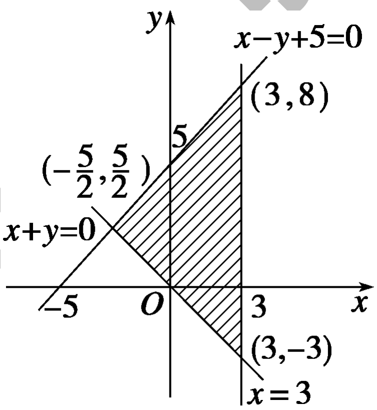
即 $z_1=0$，$z_2=4$，$z_3=2$，所以 $z=3x-2y$ 的最大值为 4.

考点：线性约束条件.

5.解　不等式 $x-y+5\geq 0$ 表示直线 $x-y+5=0$ 上及右下方的点的集合．$x+y\geq 0$ 表示直线 $x+y=0$ 上及右上方的点的集合，$x\leq 3$ 表示直线 $x=3$ 上及左方的点的集合.

所以，不等式组

$$\begin{cases}x-y+5\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ x\leqslant 3\end{cases}$$ 表示的平面区域如图所示.



6.【解析】解线性规划应用问题的一般步骤是：

(1)分析题意，设出未知量；

(2)列出线性约束条件和目标函数；

(3)作出可行域并利用数形结合求解；

(4)作答.

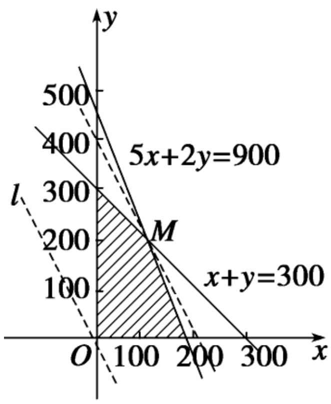
解　设公司在甲电视台和乙电视台做广告的时间分别为 x 分钟和 y 分钟，总收益为 z 元，

由题意得 $$\begin{cases}x+y\leqslant 300,\\ 500x+200y\leqslant 90\ 000,\\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0.\end{cases}$$

目标函数为 $z=3\ 000x+2\ 000y$.

二元一次不等式组等价于 $$\begin{cases}x+y\leqslant 300,\\ 5x+2y\leqslant 900,\\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0.\end{cases}$$

作出二元一次不等式组所表示的平面区域，即可行域，如右图所示.



作直线 l：$3\ 000x+2\ 000y=0$，即 $3x+2y=0$.

平移直线 l，从图中可知，当直线 l 过点 M 时，目标函数取得最大值.

由方程 $\begin{cases}x+y=300,\\ 5x+2y=900,\end{cases}$ 解得 $x=100$，$y=200$.

所以点 M 的坐标为 $(100,200)$.

所以 $z_{\max}=3\ 000x+2\ 000y=700\ 000$(元).

答　该公司在甲电视台做 100 分钟广告，在乙电视台做 200 分钟广告，公司的收益最大，最大收益是 70 万元.

第三节　基本不等式(第 97 页)

【真题重现】

1.【答案】D　2.【答案】D　3.【答案】A

【典例解析】

例 1

练习　若 $a>b>0$, 则下列不等式成立的是　（　　）

A. $a>b>\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$　　B. $a>\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}>b$

C. $a>\frac{a+b}{2}>b>\sqrt{ab}$　　D. $a>\sqrt{ab}>\frac{a+b}{2}>b$

【答案】B

考点：利用不等式比较大小

例 2

练习 若 $f(x)=x+\frac{1}{x-2}\ (x>2)$ 在 $x=n$ 处取得最小值，则 $n=$（　　）

A. $\frac{5}{2}$　　B. 3　　C. $\frac{7}{2}$　　D. 4

【答案】B

【解析】

试题分析：由 $f(x)=x+\frac{1}{x-2}=(x-2)+\frac{1}{x-2}+2\geq 4$，当且仅当 $x-2=\frac{1}{x-2}>0$ 即 $x=3$ 时，取得等号，故选 B.

考点：均值不等式

例 3

练习　已知 $a>0,b>0$，且 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，则 $a+4b$ 的最小值为（　　）

A．4　　B．9　　C．10　　D．12

【答案】B

【解析】 $a+4b=(a+4b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=5+\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}\geq 5+2\sqrt{4}=9$，

当且仅当 $\frac{a}{b}=\frac{4b}{a}$ 时等号成立，取得最小值 9

考点：均值不等式求最值

【同步练习】（第 76 页）

1.【答案】D

【解析】

试题分析：本题是选择题，可采用逐一检验，利用特殊值法进行检验，很快问题得以解决．解：∵b＜a，d＜c，∴设 b=-1，a=-2，d=2，c=3，选项 A，-2-3＞-1-2，不成立，选项 B，(-2）×3＞（-1）×2，不成立，选项 C，$\frac{a}{c}<\frac{d}{b}$，不成立，故选 D

考点：基本不等式

2.【答案】A

【解析】根据题意，由于选项 A 中，由于$a,b\in R$，且$ab>0$，说明a，b同号，则满足$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$，成立。对于 B，由于$a+b\geq 2\sqrt{ab}$，只有$a$，$b$都是正数时成立，故不一定成立。，对于 C，由于当 a=-b 时等号成立，故错误，对于 D，由于$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{2}{\sqrt{ab}}$，$a$，$b$只有正数的时候成立，故错误，选 A.

3.【答案】C

【解析】$3x+4y=\frac{1}{5}(3x+4y)\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{5}\left(9+4+\frac{12y}{x}+\frac{3x}{y}\right)\geq\frac{1}{5}\left(13+2\sqrt{36}\right)=5$，

当且仅当$\frac{12y}{x}=\frac{3x}{y}$时等号成立

考点：均值不等式求最值

4.【答案】C

【解析】$Q\ 2^a>0,2^b>0\therefore 2^a+2^b\geq 2\sqrt{2^a2^b}=2\sqrt{2^{a+b}}=8\sqrt{2}$，

当且仅当$a=b=\frac{5}{2}$时等号成立取得最小值

考点：均值不等式

点评：利用均值不等式$a+b\geq 2\sqrt{ab}$求最值时要注意其成立的条件：a,b都是正数，当和为定值时，乘积取最值，当乘积为定值时，和取最值，最后验证等号成立的条件$a=b$是否满足

5.【答案】2

【解析】根据题意，由于$f(x)=x+\frac{1}{x}(x>0)\geq 2\sqrt{x\times\frac{1}{x}}=2$，当且仅当 x=1 时取得等号，故答案为 2.

考点：函数的最值

点评：主要是考查了运用基本不等式来求解最值的运用，属于基础题。

6.【答案】$3+2\sqrt{2}$

【解析】利用“乘 1 法”与基本不等式的性质即可得出；

∵m，n>0，且 m+2n=1，\ $(\frac{1}{m}+\frac{1}{n})?(m\quad 2n)=3+\frac{2n}{m}+\frac{m}{n}?\ 3\quad 2\sqrt{\frac{2n}{m}?\frac{m}{n}}\quad 3+2\sqrt{2}$，

当且仅当$m=\sqrt{2}n=\sqrt{2}-1$ 时取等号.

考点：基本不等式.

7.【答案】1

【解析】因为$2x+5y=20$，所以$20=2x+5y\geq 2\sqrt{10xy},xy\leq 10$，

当且仅当 $2x=5y=10, x=5, y=2$ 时取等号.

因此 $\lg x+\lg y=\lg xy\le\lg 10=1,$ 即 $\lg x+\lg y$ 的最大值为 1.

考点：基本不等式求最值

三、解答题。

8.【答案】20

【解析】每次都购买 x 吨，则需要购买 $\frac{400}{x}$ 次，

∵运费为 4 万/次，一年的总存储费用为 $4x$ 万元，

∴一年的总运费与总存储费用之和为 $4\times\frac{400}{x}+4x$ 万元

∵ $4\times\frac{400}{x}+4x\ge 160$，当且仅当 $4x=\frac{4\times 400}{x}$ 时，取等号

∴ $x=20$ 吨时，一年的总运费与总存储费用之和最小.

考点：函数的应用问题，基本不等式的应用.

10.【答案】(1) $p=900x+400y+200xy$

(2) 当 S 最大时前面墙的长度是 $\frac{20}{3}$ 米

【解析】解：(1) 依题得，根据长方体的表面积公式可知，$p=900x+400y+200xy$

(2) $\because S=xy,$

$$\therefore p=900x+400y+200xy\ge 2\sqrt{900\times 400S}+200S=200S+1200\sqrt{S}$$

又因为 $p\le 32000$，所以 $200S+1200\sqrt{S}\le 32000,$

化简得 $S+6\sqrt{S}-160\le 0$，解得

$-16\le\sqrt{S}\le 10$，又 $S>0$，

$\therefore 0<S\le 100$，当且仅当 $\begin{cases}900x=400y\\ xy=100\end{cases}$，即 $x=\frac{20}{3}$ 时 S 取得最大值。

答：每套简易房面积 S 的最大值是 100 平方米，当 S 最大时前面墙的长度是 $\frac{20}{3}$ 米。

考点：基本不等式

点评：主要是考查了函数模型的运用，结合基本不等式求解最值，属于中档题。

第七编　不等式 简易逻辑 复数

第十六章　简易逻辑（第 99 页）

真题重现

1.【答案】A　2.【答案】A　3.【答案】A

【典例解析】

例 1

练习　给出下列命题：

①若给定命题 p：$\exists x\in \mathbf{R}$，使得 $x^2+x-1<0$，则 $\neg p$：$\forall x\in \mathbf{R}$, 均有 $x^2+x-1\geq 0$；

②若 $p\wedge q$ 为假命题，则 p,q 均为假命题；

③命题"若 $x^2-3x+2=0$，则 $x=2$"的否命题为"若 $x^2-3x+2=0$, 则 $x\neq 2$

其中正确的命题序号是（　）

A. ①　B. ①②　C. ①③　D. ②③

【答案】A

【解析】由题①为含有量词的命题的否定，正确。

②为含有"且" 字联接词的命题真假判定，错误。

③为否命题条件和结论都要否定，错误。

考点：四种命题及含有量词的命题的否定

例 2

练习　已知命题 $p:x<1$；命题 q: 不等式 $x^2+x-2<0$ 成立，则命题 p 的（　）是命题 q.

A. 充分而不必要条件
B. 充要条件
C. 必要而不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】由命题 q: 不等式 $x^2+x-2<0$ 成立　解得：$-2<x<1$，反之则；

$x<1$ 推不出 $-2<x<1$，而反之可推出。即命题 p 是命题 q. 的充分而不必要条件

考点：充要条件的判定.

例 3

练习　若命题 p：$\forall x\in \mathrm{R}$，$x^2>1$，则该命题的否定是________.

【答案】$\exists x\in R$，$x^2\leq 1$

【解析】依据全称命题的否定是存在性命题可得答案为 $\exists x\in R$，$x^2\leq 1$.

考点：含有一个量词的命题的否定及求法.

【同步练习】（第 77 页）

1.【答案】C

【解析】A 中当$c>0$时才成立；B 中当$c\neq 0$时才成立；C 中由已知可知$c\neq 0$，

所以命题成立；D 中$a>0,b<0$时不成立

考点：不等式性质

2.【答案】B

【解析】由“$\neg p$”为假，知p真；一个命题与它的否定形式是完全对立的，两者之间有且只有一个成立。由“p且q”为假，知q假。故选 B.

考点：命题的真假性判断。

3.【答案】C

【解析】由题意得，根据逆否命题的定义可知，原命题“若$x=2$，则$x^2-3x+2=0$”的逆否命题是

“若$x^2-3x+2\neq 0$，则$x\neq 2$”，故选 C.

考点：逆否命题的概念.

4.【答案】B

【解析】$x^2-1>0$可变形为$x>1$或$x<-1$，

所以“$x^2-1>0$”是“$x>1$”的必要而不充分条件

考点：充分条件与必要条件

5.【答案】D

【解析】由题意得，命题“$\exists x\in R$，$x+3>0$”的否定是“$\forall x\in R,x+3\leq 0$”，所以不正确；命题“若$\alpha=\frac{\pi}{3}$，则$\cos\alpha=\frac{1}{2}$”的否命题是“若$\alpha\neq\frac{\pi}{3}$，则$\cos\alpha\neq\frac{1}{2}$”，所以不正确；在区间$[-1,1]$上随机取一个数$x$，则事件“$2^x\leq\sqrt{2}$”发生的概率为$\frac{3}{4}$，所以不正确，故选 D.

考点：命题的真假判定.

6.【答案】若$-1<x<1$，则$x^2<1$

【解析】命题的逆命题需将条件和结论交换，所以逆命题为：若$-1<x<1$，则$x^2<1$

考点：四种命题

7.【答案】$\exists x\in R,x^2-1\leq 0$

【解析】

试题分析：全称命题的否定是特称命题，并将结论加以否定，因此否定为：$\exists x\in R,x^2-1\leq 0$

考点：全称命题与特称命题

8.【答案】$[-1,3]$

【解析】

试题分析：由题设可知："$\forall x\in R$，都有$x^2+(1-a)x+1\geq 0$恒成立"，所以$\Delta=(1-a)^2-4\leq 0$，即

$|a-1|\leq 2$，也即$-2\leq a-1\leq 2$，所以$-1\leq a\leq 3$.

考点：存在性命题与全称命题之间的关系.

9.【答案】$2<m<\frac{5}{2}$

【解析】由p或q为真命题，p且q为假命题知，命题p与q一真一假.

下面分类讨论：

(1)若p真q假，

由p真得$m>3$，

由q假得$f(x)=(5-2m)^x$应为增函数，可得$m<2$，此时，m无解.

(2)若p假q真

由p假得$m\leq 3$，

由q真得$f(x)=(5-2m)^x$为减函数，可得$0<5-2m<1$，得$2<m<\frac{5}{2}$，

此时，$2<m<\frac{5}{2}$.

综上所述，m的取值范围为$2<m<\frac{5}{2}$.

考点：本小题主要考查复合命题真假的判断和指数函数单调性的应用，考查学生的运算求解能力和分类讨论的能力.

点评：准确应用复合命题的真值表判断出组成复合命题的命题的真假是解题的关键，另外分类讨论时思维要严密.

10.【答案】(1) $a=2$；(2) $a\leq 0或a\geq 4$.

(1)先求集合B，由条件知$a-1和a+1$的值正好是集合B对应端点的值，解得a；

(2) 由题意得$a+1\leq 1或a-1\geq 3, a\leq 0或a\geq 4.$

解析：(1) 因为$B=\{x\,|\,x\geq 3或x\leq 1\}$，由题意得，$a-1=1且a+1=3$，所以$a=2$.

(2) 由题意得$a+1\leq 1或a-1\geq 3, a\leq 0或a\geq 4.$

考点：集合的关系、充要条件、一元二次不等式的解法.

第七编 不等式 简易逻辑 复数

第十七章 数系的扩充与复数的引入（第 101 页）

【真题重现】

1.【答案】B　　2.【答案】2　　3. 【答案】D

【典例解析】

例 1

练习 复数 $z=(1+i)^2$ 的实部是

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -1

【答案】C

【解析】复数 $z=(1+i)^2=2i$，它的实部是 0.

考点：复数的运算，实数及虚部.

例 2

练习 在复平面内，复数 $i(2-i)$ 对应的点位于（　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】A

【解析】$\because i(2-i)=1+2i$，故复数 $i(2-i)$ 对应的点位于第一象限

考点：复数的概念

例 3

练习 复数 z 满足 $z(2-i)=3+i$，则 $\bar{z}=$（　）

A. $1-i$　　B. $1+i$　　C. $-1-i$　　D. $-1+i$

【答案】A

【解析】根据复数的运算法则以及 $z(2-i)=3+i$ 得：$z=\dfrac{3+i}{2-i}=1+i$，所以 $\bar{z}=1-i$，

故选 A.

考点：复数的运算.

【同步练习】（第 78 页）

1.【答案】C

【解析】由题意得，$z=\dfrac{1+i}{i}=(1+i)(-i)=1-i$，所以复数的虚部为 -1，故选 C.

考点：复数的运算与复数的概念.

2. 【答案】D

【解析】$z=\dfrac{2+i}{1+i}=\dfrac{(2+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{3-i}{2}$，故在第四象限.

考点：复数运算.

3. 【答案】A

【解析】$\frac{1+2\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=\frac{(1+2\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}=\frac{2+\mathrm{i}+4\mathrm{i}-2}{5}=\mathrm{i}$，故选 A.

【考点】复数运算

4.【答案】A

【解析】$\overrightarrow{OA}=(1,2)$，$\overrightarrow{OB}=(1,-1)$，所以 $z_1=1+2i$，$z_2=1-i$，$z_1+z_2=2+i$ 对应点为 $(2,1)$ 在第一象限

考点：复数的几何意义

5.【答案】C

【解析】$z=\frac{i}{1+i}=\frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1+i}{2},\therefore|z|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故选 C.

考点：复数的运算与复数模的概念.

6.【答案】$1+i$.

【解析】$i(1-i)=i-i^2=1+i$，故填：$1+i$.

考点：复数的运算.

7.【答案】-1

【解析】$i^6=\left(i^2\right)^3=(-1)^3=-1$

考点：复数运算

8.【答案】$2-i$

【解析】$\frac{3+i}{1+i}=\frac{(3+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+i)(1-i)}=\frac{4-2i}{2}=2-i$.

考点：复数除法运算.

9. 计算：

【答案】（1）$-2+i$（2）$-32-i$（3）$\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$（4）$-\frac{1}{2}-3i$

【解析】

（1）原式=$-2+i$

（2）原式=$(-20-12)+(-16+15)i=-32-i$

（3）原式=$\frac{(1+i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{4-2i}{10}=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$

（4）原式=$\frac{(1-2i)i}{2i\cdot i}-\frac{(2i-3)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{2+i}{-2}-\frac{-1+5i}{2}=-\frac{1}{2}-3i$

考点：复数运算

10.【答案】(1) $a=-4$ 或 $a=3$;(2) $a=-1$;(3) $-4<a<-1$.

【解析】(1)令虚部为0即可求解;(2)令实部为0,且保证虚部不为0;(3)根据复数的几何意义,令实部为正,虚部为负进行求解.

解题思路:复数的分类、复数的几何意义要注意实部、虚部的符号,尤其是纯虚数,往往忽视虚部不为0.

解析:(1)由 $a^2+a-12=0$ 得 $a=-4$ 或 $a=3$

∴当 $a=-4$ 或 $a=3$ 时,复数 z 为实数;

(2)由 $\begin{cases} a^2-2a-3=0 \\ a^2+a-12\neq 0 \end{cases}$,得 $a=-1$;

∴当 $a=-1$ 时,复数 z 为纯虚数;

(3)由 $\begin{cases} a^2-2a-3>0 \\ a^2+a-12<0 \end{cases}$,解得 $-4<a<-1$

∴当 $-4<a<-1$ 时,复数 z 位于第四象限。

考点:1.复数的分类;2.复数的几何意义.