第五编　平面解析几何

第十章　直线与方程

第一节　直线的倾斜角（第 66 页）

真题重现

（2016）过点 $A(-2,m)$，$B(m,4)$ 的直线的斜率等于 1，则 m 的值等于 <u>1</u>.

解析　$Q\ \dfrac{4-m}{m+2}=1, \therefore m=1$

考点　两点的斜率公式

典例解析

例 1

练习 1．已知直线 $(m+1)x-2my+1=0$ 的倾斜角是 $45°$，则 m 的值是（ ）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

【答案】C

解析 $k=\dfrac{m+1}{2m}=\tan 45^0=1$，解得 $m=1$.

考点　直线的一般方程

练习 2．直线 l 经过两点 $A(1,\sqrt{3}),B(-2,2\sqrt{3})$，则直线 l 的倾斜角为（ ）

A、$\dfrac{\pi}{6}$　　B、$\dfrac{\pi}{3}$　　C、$\dfrac{2\pi}{3}$　　D、$\dfrac{5\pi}{6}$

【答案】D

解析　直线 l 的斜率 $k=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{-2-1}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

设直线 l 的倾斜角为 $\theta\left(\theta\in[0,\pi)\right)$，

则 $k=\tan\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，又 $\theta\in[0,\pi)$，则 $\theta=\dfrac{5\pi}{6}$．故 D 正确.

考点　1 直线的斜率；2 直线的倾斜角.

例 2

练习 1．已知直线 l_1：$2x-ay-1=0$，l_2：$ax-y=0$．若 $l_1 // l_2$，则实数 $a=$____

【答案】$\pm\sqrt{2}$

解析　两直线平行，系数满足 $2\times(-1)=-a\times a\therefore a=\pm\sqrt{2}$

考点　两直线平行的判定

练习 2．直线 $y=kx+2$ 与直线 $4x+2y-3=0$ 平行，则 $k=$_____.

【答案】 -2

解析将 $4x+2y-3=0$ 改为 $y=-2x+\frac{3}{4}$，借助两直线平行的条件可得 $k=-2$.

考点 两直线平行的条件.

例 3

练习 经过点 $A(-2,1),B(1,a)$ 的直线 l 与斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线垂直，则 a 的值为_____.

【答案】 -3

解析 根据题意直线 l 的斜率 $k=\frac{a-1}{3}$，又因为 $\frac{3}{4}k=-1$，所以 $a=-3$.

考点 两条直线的位置关系.

同步练习（第 52 页）

第一节 直线的倾斜角

1. **【答案】** B

解析 设直线 AB 的倾斜角为 $\alpha(0°\le\alpha<180°)$，由两点斜率公式的直线 AB 的斜率

$$k_{AB}=\frac{\sqrt{3}-0}{4-1}=\frac{\sqrt{3}}{3},\text{所以}\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3},\therefore\alpha=30°$$，故选 B.

考点 直线的斜率公式，直线的倾斜角.

2.**【答案】** A

解析 由直线 $x+1=0$ 与 x 轴垂直，即可得

考点 直线的倾斜角.

3.**【答案】** D

解析 由直线平行的充要条件，得 $\frac{1}{2}=\frac{a}{3}\ne\frac{2}{1}$，解得 $a=\frac{3}{2}$. 故选 D.

考点 直线平行的充要条件.

4.**【答案】** C

解析 由两直线垂直可得系数满足 $4a+(a-3)=0\therefore a=\frac{3}{5}$

考点 两直线垂直的判定

5.**【答案】** 3

解析 由题： $k=\tan\frac{\pi}{4}=1,\frac{1}{m-2}=1,m=3$

考点 定义域与三角不等式组的解法.

6.【答案】$[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$

解析 因为$k=x^2+1(x\in R)$，所以$k\geq 1$，即$\tan\alpha\geq 1$，又$\alpha\in[0,\pi)$，所以直线l的倾斜角α的范围为$[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$.

考点 直线的倾斜角与斜率关系；正切函数.

7.【答案】0

解析 根据过两点的斜率公式$\tan 45°=\frac{3-1}{m-(-2)}=1\Rightarrow m=0$

考点 过两点的斜率公式

8.【答案】$\frac{1}{2}$

解析 $\overrightarrow{AB}=(3,-2)-(-2,3)=(5,-5)$，$\overrightarrow{AC}=\left(\frac{1}{2},m\right)-(-2,3)=\left(\frac{5}{2},m-3\right)$，

因为A,B,C三点共线，

所以$\overrightarrow{AB}//\overrightarrow{AC},\therefore -5\times\frac{5}{2}-5(m-3)=0$，

解得$m=\frac{1}{2}$.

考点 三点共线

9.【答案】$-\frac{1}{2}$或2

解析 设

$P(a,0),\therefore \overrightarrow{AP}=(a-2,-2),\overrightarrow{BP}=(a-5,2)$，Q $\angle APB=90°,\therefore \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$，

即$(a-2)(a-5)+4=0$，解得$a=1$或$a=6$，$\therefore P$的坐标为$(1,0)$或$(6,0)$，$\therefore$直线AP的斜率为$-\frac{1}{2}$或2 .

考点 数量积判断两向量的垂直关系；两条直线垂直与倾斜角、斜率的关系

10. **分析** （1）本题直线垂直的条件，求直线中的参数a，可利用向量中的结论解决。

即：$A_1 \times A_2 + B_1 \times B_2 = 0$

（2）题中已知直线平行，求直线中的参数a，可利用向量中的结论解决。

即：$A_1 \times B_2 + B_1 \times A_2 = 0$。（注意检验直线是否重合）

解：

（1）若$l_1 \perp l_2$，则$a \times 1 + 2(a-1) = 0 \Rightarrow a = \dfrac{2}{3}$.

（2）若$l_1 // l_2$，

则$a \cdot (a-1) - 1 \times 2 = 0 \Rightarrow a = -1或2.$

经检验，$a = 2$时，l_1与l_2重合．$a = -1$时，符合条件．$\therefore$ $a = -1$.

考点 （1）两直线垂直的性质。（2）两直线平行的性质。

第五编　平面解析几何

第十章　直线与方程

第二节　直线的方程（第 67 页）

典例解析

例 1

练习 1．已知直线l过点$(0,7)$，且与直线$y=-4x+2$平行，则直线l的方程为（ ）.

A. $y=-4x-7$　　B. $y=4x-7$

C. $y=-4x+7$　　D. $y=4x+7$

【答案】C

解析　设过$(0,7)$与直线l平行的直线方程是$y=-4x+m$，把$(0,7)$代入可解得 $m=7$，故所求的直线方程是$y=-4x+7$.

考点　直线方程

练习 2．过点$(4,1)$且在两坐标轴上的截距相等的直线方程是( )

A. $x+y=5$　　B. $x-y=5$或$x+4y=0$

C. $x+y=5$或$x-4y=0$　　D. $x-y=5$

【答案】C

解析　设过点$(4,1)$的直线方程为$y=kx$或$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，把$(4,1)$代入，解得$k=\frac{1}{4},a=5$∴所求直线方程为$x+y=5$或$x-4y=0$。

考点　直线方程的求法。

例 2

练习 1．若三直线$2x+3y+8=0,x-y-1=0$和$x+ky=0$相交于一点，则$k=$（ ）

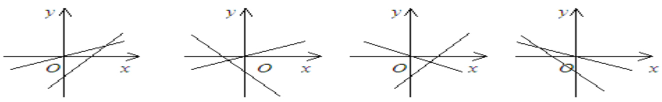
A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

解析 由$\begin{cases}2x+3y+8=0\\x-y-1=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$，代入直线$x+ky=0$得，$k=-\dfrac{1}{2}$. 故选 B.

考点 两直线的交点坐标.

练习 2. 在同一直角坐标系中，表示直线$y=ax$与$y=x+a$正确的是（ ）



A　　B　　C　　D

【答案】C

解析 当$a>0$时，两直线表示的函数都是增函数，在 y 轴上的截距一个为 0，一个大于零，当$a<0$时，两直线表示的函数一增一减，增函数截距为负，减函数截距为 0，综上可知 C 项正确

考点 函数方程及图像

例 3

练习 1. 平行线$3x+4y-9=0$和$6x+8y+2=0$的距离是（ ）

A. $\dfrac{8}{5}$　　B. 2

C. $\dfrac{11}{5}$　　D. $\dfrac{7}{5}$

【答案】B

解析 由$6x+8y+2=0$得：$3x+4y+1=0$，所以由两平行线间的距离公式得：$d=\dfrac{|-9-1|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$。

考点 两平行线间的距离公式。

练习 2. 空间直角坐标系中，已知点$M(1,3)$，$N(4,-1)$，则$|MN|=$ _____.

【答案】5

解析 $|MN|=\sqrt{(1-4)^2+(3+1)^2}=5$

考点 两点间距离

同步练习（第 53 页）

第二节　直线的方程

1. 【答案】A

解析　因为直线 l 方程为 $2x-5y+10=0$，所以令 $y=0$，得 $a=-5,$ 令 $x=0$，得 $b=2,$ 所以

$|a+b|=|-5+2|=3$

考点　直线在两坐标轴上的截距的求法

2. 【答案】C

解析　∵倾斜角为 $\alpha=45^{\circ}$，∴直线的斜率为 $\tan 45^{\circ}=1$，代入直线的点斜式得 $y-3=x+2$ 即

$x-y+5=0$，故选 C

考点　直线的点斜式方程

3.【答案】D

解析　由直线方程 $ax+y-2-a=0$ 得此直线在 x，y 轴的截距分别是 $\frac{a+2}{a}$ 和$2+a$，由

$\frac{a+2}{a}=2+a,$ 得 $a=1$ 或 $a=-2$。

考点　直线的截距

4.【答案】A

解析　直线斜率为 $k_{AB}=\frac{0-(-3)}{4-0}=\frac{3}{4},$ 所以直线 AB 方程为 $y-0=\frac{3}{4}(x-4),$ 即

$3x-4y-12=0.$ 故选 A

考点　直线的方程

5.【答案】A

解析　直线方程化为 $m(x+2)=y-1,$ 令 $x=-2$ 得：$y=1$，与 m 无关；故选 A

考点　直线过定点

6.【答案】B

解析　根据题意可知，由于直线 $x-2y=0$ 与直线 $2x-4y+a=0$ 是平行线，那么可知，

运用平行线之间的距离公式 $d=\frac{|C_1\text{-}C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，那么将方程统一形式，得到为 $x-2y=0$，$x-2y+\frac{a}{2}=0$

故可知距离为 $\frac{|\frac{a}{2}\text{-}0|}{\sqrt{2^2+1}}=\sqrt{5}\therefore a=\pm 10,.$

考点　两平行直线的距离。

7.【答案】$\sqrt{2}$

解析　根据点到直线的距离公式可得点 $P(1,2)$ 到直线 $x-y-1=0$ 的距离是 $\frac{|1-2-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}.$

考点　点到直线距离公式的应用.

8.【答案】$26x+13y-47=0$

解析　由题两直线相交则：$\begin{cases}2x+3y-5=0\\3x-2y-3=0\end{cases}$，交点为$(\frac{19}{13},\frac{9}{13})$，又与直线平行则 $k=-2$

代入点斜式为：$y-\frac{9}{13}=-2(x-\frac{19}{13})$，化为一般式为：$26x+13y-47=0$

考点　直线的交点与直线方程的算法.

9.**分析**　（1）由问题为求直线方程，结合条件已知过点，另与直线平行可得斜率，则利用点斜式可求出。

（2）已知线段的端点坐标，求垂直平分线方程，可利用垂直条件得斜率，再由中点

得过的点，　则利用点斜式可求出。

解：　（1）$k_{AB}=\frac{-7-(-3)}{-2}=2$，$C(-1,1)$　$\therefore y-1=2(x+1)$　即：$2x-y+3=0$

（2）由题意知，所求直线为线段 AB 的垂直平分线。斜率为 $-\frac{1}{2}$，AB 中点为 $(3,-5)$

所以所求直线方程为：$y+5=-\frac{1}{2}(x-3)$，即$x+2y+7=0$

考点（1）直线的平行与斜率及直线方程的算法。　（2）线段垂直平分线的算法。

10.**分析**　（1）由 ΔABC 是以 AB 为底边的等腰三角形，根据中点坐标公式得点 E 的坐标；根据两直线垂直的充要条件得直线 CE 的斜率，代入直线的点斜式方程即可求得；（2）由点 C 既在直线 $x-2y+2=0$ 上，又在直线 CE 上，可得点 C 的坐标；从而求得线段 $|AC|=|BC|=2$，且可证得 $AC\perp BC$，因此得到 ΔABC 是等腰直角三角形，代入三角形的面积公式即可求得结果.

解：（1）由题意可知，E 为 AB 的中点，

$\therefore E(3,2)$，且 $k_{CE}=-\dfrac{1}{k_{AB}}=1$

$\therefore CE$ 所在直线方程为：$y-2=x-3$，即 $x-y-1=0$.

（2）由 $\begin{cases} x-2y+2=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ 得 $C(4,3)$，

$\therefore |AC|=|BC|=2, AC\perp BC$，

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|AC|\cdot|BC|=2$.

考点 直线的方程；三角形的面积.

第五编　平面解析几何

第十一章　圆的方程

第一节　圆的方程（第 69 页）

真题重现

（2014）以抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为圆心，1为半径的圆方程为（A）

A. $(x-1)^2+y^2=1$　　B. $(x+1)^2+y^2=1$

C. $x^2+(y-1)^2=1$　　D. $x^2+(y+1)^2=1$

解析　$p=2$，焦点 $(1,0)$，$\therefore$ 圆心 $(1,0)$，$r=1$

考点　圆的方程

（2015）圆 $x^2+y^2-2x=0$ 的圆心坐标为（A）

A. $(1,0)$　B. $(2,0)$　C. $(0,1)$　D. $(0,2)$

解析　圆的标准方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，圆心为 $(1,0)$

考点　圆的标准方程

（2016）已知圆的方程为 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$，则圆心坐标是(B)

A. $(-2,1)$　B. $(2,-1)$　C. $(1,-2)$　D. $(-1,2)$

解析　圆的标准方程为 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$，圆心为 $(2,-1)$

考点　圆的标准方程

典例解析

例 1

练习 1．圆 $x^2+y^2+2x-4y=0$ 的半径为（ ）

A. 3　B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{5}$　D. 5

【答案】C

解析　$x^2+y^2+2x-4y=0$ 变形为 $(x+1)^2+(y-2)^2=5 \therefore r^2=5 \therefore r=\sqrt{5}$

考点　圆的方程

练习 2. 圆 C：$x^2+y^2-6x+8y=0$ 的圆心坐标为（ ）

A. $(3,4)$　　B. $(-3,4)$

C. $(-3,-4)$　　D. $(3,-4)$

【答案】D

解析　由C：$x^2+y^2-6x+8y=0$的一般式方程可知，圆心的横坐标为3，纵坐标为-4，那么圆心的坐标为$(3,-4)$。

考点　圆的标准方程

例 2

练习 1. 已知$A(2,4),B(-4,0)$，则以AB为直径的圆的方程是( )

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=13$　　B. $(x+1)^2+(y+2)^2=13$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=13$　　D. $(x-1)^2+(y+2)^2=13$

【答案】A

解析　圆心为AB的中点，为$C(-1,2)$。直径为$|AB|=2\sqrt{13}$，半径为$r=\sqrt{13}$，所以所求的圆的方程是$(x+1)^2+(y-2)^2=13$。

考点　圆的方程

练习 2. 若圆 C 与圆$(x+2)^2+(y-1)^2=1$关于原点对称，则圆 C 的方程是（ ）

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=1$

B. $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=1$

D. $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

【答案】A

解析　因为两圆关于原点对称，所以圆 C 的圆心坐标为(2,-1)，半径为 1，所以圆 C 的方程为$(x-2)^2+(y+1)^2=1$.

考点　圆的方程　点的对称

例 3

练习 1. 若方程 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 表示的曲线为圆，则 m 的取值范围是（ ）

A. $\frac{1}{4}<m<1$　　B. $m<\frac{1}{4}$或$m>1$.

C. $m<\frac{1}{4}$　　D. $m>1$

【答案】 B

解析 ∵方程 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 表示的曲线为圆，∴ $(4m)^2+(-2)^2-4\times 5m>0$，即 $4m^2-5m+1>0$，解得 $m<\frac{1}{4}$或$m>1$

考点 本题考查了圆的一般式的应用

练习 2. 当圆 $x^2+y^2+2x+ky+k^2=0$ 的面积最大时，圆心坐标是（ ）

A. $(0,-1)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(1,-1)$　　D. $(-1,1)$

【答案】 B

解析 根据已知中圆 $x^2+y^2+2x+ky+k^2=0$ 通过配方法，得到圆的标准方程

圆 $(x+1)^2+(y+\frac{k}{2})^2=1-\frac{3}{4}k^2$，那么可知圆心坐标为 $\left(-1,-\frac{k}{2}\right)$，半径的平方为 $1-\frac{3}{4}k^2$，那么要是圆的面积最大，那么则使得 $1-\frac{3}{4}k^2$ 最大，Q $k^2\geq 0\therefore 1-\frac{3}{4}k^2\leq 1$，可知圆的半径的最大值为 1，那么可知此时 $k=0$，那么圆心的坐标为 $(-1,0)$.

考点 圆的面积问题的最值运用。

同步练习（第 54 页）

第一节 圆的方程

1. 【答案】A

解析 配方得$(x-2)^2+(y+1)^2=9$，故圆的半径为3

考点 圆的方程

2.【答案】B

解析 圆的方程化为$(x-2)^2+y^2=4$，则其圆心和半径分别为$(2,0)$, 2。故选 B。

考点 圆的标准方程.

3.【答案】A

解析 因为圆$x^2+y^2-2x+2y=(x-1)^2+(y-1)^2=2$的半径为$\sqrt{2}$，那么圆的周长为$2\sqrt{2}\pi$，选 A

考点 圆的周长

4.【答案】C

解析 变形为$\left(a-1\right)x-y+a+1=0$令$x+1=0,x+y-1=0$得$x=-1,y=2$，定点$C\left(-1,2\right)$，所以圆的方程为$\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=5\therefore x^2+y^2+2x-4y=0$

考点 直线方程过定点及圆的方程

5.【答案】C

解析 半径$r=\sqrt{(3-4)^2+(4-6)^2}=\sqrt{5}$,

所以所求圆的方程为$(x-3)^2+(y-4)^2=5$.

考点 圆的标准方程

6.【答案】A

解析 $\because$圆与x轴相切，$\therefore r=4$，则圆的方程为$(x+5)^2+(y-4)^2=16$，故选 A。

考点 圆的方程

7.【答案】$(x-1)^2+(y-1)^2=2$

解析 由题得半径$r=\sqrt{2}$，根据圆的标准方程公式可得圆的标准方程为：$(x-1)^2+(y-1)^2=2$.

考点 圆的标准方程.

8.【答案】$(x+1)^2+y^2=20$

解析 由题意设所求圆的方程为 $(x-a)^2+y^2=r^2$，∵圆过 $A(1,4)$，$B(3,2)$ 两点，∴

$$\begin{cases}(1-a)^2+4^2=r^2\\(3-a)^2+2^2=r^2\end{cases}，\therefore\begin{cases}a=-1\\y^2=\sqrt{20}\end{cases}$$，∴所求圆的方程为 $(x+1)^2+y^2=20$

考点 本题考查了圆方程的求法

9.【答案】$(-1,0)$

解析 因为圆 $M:x^2+y^2-2mx-3=0\ (m<0)$ 的半径为 2，则利用一般式中关系式可知其圆心坐标为 $(-1,0)$。

考点 圆的方程

10. **分析** 圆心坐标设为 $\boldsymbol{C(a,2-a)}$，利用 $|\boldsymbol{CA}|=|\boldsymbol{CB}|$ 可得 $\boldsymbol{a}=1$

解： 由于圆心在直线 $x+y-2=0$ 上，则令圆的圆心为 $\boldsymbol{C(a,2-a)}$。因为 $|\boldsymbol{CA}|=|\boldsymbol{CB}|$，所以 $\sqrt{(\boldsymbol{a}-1)^2+1}=\sqrt{(\boldsymbol{a}+1)^2+1}$，解得 $\boldsymbol{a}=1$，则圆心为 $\boldsymbol{C}(1,1)$，$|\boldsymbol{CA}|=2$，所以圆的方程是 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

考点 圆的标准方程

第五编　平面解析几何

第十一章 圆与方程

第二节 直线和圆（第 70 页）

真题重现

（2016）若直线 $x-y-1=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 A,B 两点，则 $|AB|=\underline{\sqrt{2}}$.

解析　圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|0-0-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $\therefore |AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=\sqrt{2}$

考点　弦长

典例解析

例 1

练习 1．圆 $C_1: x^2+y^2+2x+2y-2=0$， $C_2: x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的公切线有且仅有（ ）

A．1 条　 B．2 条　 C．3 条　 D．4 条

【答案】B

解析　$C_1: x^2+y^2+2x+2y-2=0$　圆心是 $(-1,-1)$, 半径是 $r_1=2$

$C_2: x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 圆心是 $(2,1)$，半径是 $r_2=2$ 所以圆心距为 $|O_1O_2|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

$r_1-r_2<|O_1O_2|<r_1+r_2$，所以两圆相交

所以两圆的公切线有且仅有 2 条。

考点　圆与圆的位置关系.

练习 2．圆 C_1：$(x+2)^2+(y-2)^2=1$ 与圆 C_2：$(x-2)^2+(y-5)^2=r^2$ 相切，则 r 为（ ）

A． 4　 B． 6　 C． 4 或 6　 D．不确定

【答案】C

解析　当两圆外切时可得： $5=\sqrt{(2-(-2))^2+(5-2)^2}=r+1 \Rightarrow r=4$ 当两圆内切时可得： $5=\sqrt{(2-(-2))^2+(5-2)^2}=r-1 \Rightarrow r=6$ **考点**　圆的位置关系.

例 2

练习　若直线 $x-y+1-0$ 与圆 $(x-a)^2+y^2=2$ 有公共点，则实数 a 取值范围是　（ ）

A. $[-3,-1]$　　　B.　$[-3,1]$

C. $[-1,3]$　　　D. $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$

【答案】B

解析　圆 $(x-a)^2+y^2=2$ 的圆心 $(a,0)$，半径为 $\sqrt{2}$ 直线与圆有公共点，

$\frac{|a+1|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2}\therefore|a+1|\le 2\therefore -3\le a\le 1$ 。

考点　直线与圆

例 3

练习 1. 已知圆 $x^2+y^2+2x-2y+2a=0$ 截直线 $x+y+2=0$ 所得弦长为 4，则实数 a 的值是（ ）

A. -1　　B. -2　　C. -3　　D. -4

【答案】B

解析　圆 $x^2+y^2+2x-2y+2a=0$ 即 $(x+1)^2+(y-1)^2=2-2a$

故弦心距 $d=\frac{|-1+1+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$. 再由弦长公式可得 $2-2a=2+4\therefore a=-2$

考点　直线与圆的位置关系

练习 2. 若点 $(3,-1)$ 是圆 $(x-2)^2+y^2=25$ 的弦 AB 的中点，则直线 AB 的方程是（ ）

A. $x-y-4=0$　　　B. $2x-y-7=0$

C. $x+y-2=0$　　　D. $2x+y-5=0$

【答案】A

解析　圆心为 $(2,0)$，与点 $(3,-1)$ 连线的斜率为 $k=-1$，所以直线 AB 的斜率为 1，所以直线方程为

$y+1=x-3\therefore x-y-4=0$

考点　直线方程；直线与圆相交的性质

同步练习（第 55 页）

第二节 直线和圆

1. 【答案】C

解析 圆心 $(1,2)$，圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|1+4-5+\sqrt{5}|}{\sqrt{5}}=1$，半径 $r=\sqrt{5}$，所以最后弦长为 $2\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}=4$.

考点 求圆的弦长问题.

2. 【答案】D

解析 圆 $x^2+(y-3)^2=4$ 的圆心为点 $(0,3)$，又因为直线 l 与直线 $x+y-1=0$ 垂直，所以直线 l 的斜率 $k=1$．由点斜式得直线 $l:y-3=x-0$，化简得 $x-y+3=0$，

考点 1、两直线的位置关系；2、直线与圆的位置关系.

3. 【答案】A

解析 圆 C_1：$x^2+y^2-4y-5=0$ 的圆心为 $(0,2)$，半径为 3，圆 C_2：$x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 的圆心为 $(1,1)$，半径为 1，两个圆心的距离为 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}<3-1=2$, ∴两个圆内含.

考点 两个圆的位置关系的判断.

4. 【答案】B

解析 将圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 整理得：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$，圆心 $(1,1)$，半径 $r=1$．圆心 $(1,1)$ 到直线 $x-y-2=0$ 的距离等于 $\dfrac{|-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，因此圆上的点到直线 $x-y-2=0$ 的最大距离为 $1+\sqrt{2}$.

考点 1．直线与圆的位置关系；2．点到直线距离公式.

5. 【答案】B

解析 ∵$C_1:x^2+y^2+2x+8y-8=0$，$C_2:x^2+y^2-4x-4y-2=0$，∴两圆方程相减所得方程即公共弦所在直线方程。

考点 圆与圆的位置关系

6.【答案】$2x-y-1=0$

解析 易知圆心 O 坐标为 $(3,0)$，$k_{0p}=\dfrac{1-0}{1-3}=-\dfrac{1}{2}$，所以 $k_{MN}=2$，所以弦 MN 所在直线方程为

$y-1=2(x-1)$，即 $2x-y-1=0$。

考点 圆的简单性质；直线方程的点斜式；斜率公式。

7. 【答案】$\sqrt{2}-1$

解析 圆心 $(a,2)$ 到直线 $l:x-y+3=0.$ 的距离 $d=\frac{|a-2+3|}{\sqrt{2}}=\frac{|a+1|}{\sqrt{2}}$，所以 $4-\left(\frac{|a+1|}{\sqrt{2}}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$，解得 $a=\sqrt{2}-1.$

考点 直线与圆的位置关系；点到直线的距离公式。

8. 【答案】$x+y-1=0$

解析 过点 $P(0,\ 1)$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=4$ 相交的所有直线中，被圆截得的弦最长的直线就是圆心与点 P 的连线的直线，即斜率为 -1，那么根据点斜式方程可知，方程为 $x+y-1=0$.

考点 直线与圆

9. 【答案】21

解析 由于圆 $(x-3)^2+(y+4)^2=4$ 和直线 $y=kx$ 相交于 P,Q 两点，则联立方程组，可知

$(x-3)^2+(kx+4)^2=4$

$\therefore (1+k^2)x^2+(8k-6)x+21=0$

设两点的坐标为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$，则由韦达定理可知 $x_1+x_2=\frac{6-8k}{1+k^2}$，$x_1x_2=\frac{21}{1+k^2}$ 而对于 $\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{OQ}$ 则等于 $x_1x_2+y_1y_2$，将上式代入化简可知结果为 21.

考点 直线与圆的位置关系的运用, 向量的数量积运算

10. **分析** 研究直线和圆的位置关系的相关问题时通常采用“几何法”即抓住圆心到直线的的距离与半径的关系

解：（1）由于 AB 的中点为 $D(\frac{5}{2},\frac{9}{2})$，$k_{AB}=1$，则线段 AB 的垂直平分线方程为 $y=-x+7$， 而圆心 C 是直线 $y=-x+7$ 与直线 $2x-y-2=0$ 的交点，由 $\begin{cases}y=-x+7\\2x-y-2=0\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$，即圆心 $C(3,4)$，

又半径为$|CA|=\sqrt{(2-3)^2+(4-4)^2}=1$，故圆 C 的方程为$(x-3)^2+(y-4)^2=1$ ；

（2）圆心$C(3,4)$到直线$y=kx+3$的距离$d=\dfrac{|3k-4+3|}{\sqrt{1+k^2}}\le 1$得$4k^2-3k\le 0$，解得$0\le k\le \dfrac{3}{4}$.

考点 圆的方程及直线与圆的位置关系

第五编 平面解析几何

第十二章 圆锥曲线

第一节 椭圆及其性质（第 72 页）

真题重现

（2015）椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的离心率为（C）

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析 $a=\sqrt{2},b=1,\therefore c=1\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

考点 椭圆的性质

典例解析

例 1

练习 1. 已知椭圆的方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$，则此椭圆的长轴长为（ ）

A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】 D

解析 由椭圆方程可知 $a^2=16\therefore a=4\therefore 2a=8$，长轴为长 8

考点 椭圆方程及性质

练习 2. 若焦点在 x 轴上的椭圆 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，则 $m=$（ ）

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

【答案】 B

解析 由已知可得 $a^2=2,b^2=m$ $\therefore c^2=2-m\therefore e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{2-m}{2}}=\frac{1}{2}\therefore m=\frac{3}{2}$

考点 椭圆方程及性质

例 2

练习 若椭圆的对称轴为坐标轴，长轴长与短轴长的和为 18，焦距为 6，则椭圆的方程为（ ）

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$或$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

C. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ D. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$或$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$

【答案】D

解析 根据椭圆的几何意义知：$\begin{cases}2a+2b=18\\2c=6\\a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=5\\b=4\\c=3\end{cases}$，焦点在$x$轴是$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$，或焦点在$y$轴：$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{16}=1$

考点 1.椭圆的标准方程；2.椭圆的几何意义.

例 3

练习 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$与曲线$\frac{x^2}{25-k}+\frac{y^2}{9-k}=1(k<9)$的（ ）

A. 长轴长相等 B. 短轴长相等

C. 焦距相等 D. 离心率相等

【答案】D

解析 曲线$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$表示焦点在 x 轴上，长轴长为 10，短轴长为 6，离心率为$\frac{4}{5}$，焦距为 16．曲线$\frac{x^2}{25-k}+\frac{y^2}{9-k}=1(k<9)$表示焦点在 x 轴上，长轴长为$2\sqrt{25-k}$，短轴长为$2\sqrt{9-k}$，离心率为$\frac{4}{\sqrt{25-k}}$，焦距为 16．则 D 正确．

考点 椭圆的几何性质

同步练习（第 56 页）

第一节 椭圆及其性质

1. **【答案】**B

解析 依题意得，$a^2=25,b^2=16$，

又∵在任意椭圆中有$a^2=b^2+c^2$，从而$c^2=a^2-b^2=25-16=9$，解得$c=3$.

则该椭圆的焦距即$2c=6$，故选 B.

考点 椭圆的标准方程.

2.【答案】B

解析　椭圆中 $a^2=4,b^2=3\therefore c^2=1,c=1$，右焦点为 $(1,0)$，到直线 $x-\sqrt{3}y=0$ 的距离为

$$d=\frac{|1-0|}{2}=\frac{1}{2}$$

考点　椭圆性质及点到直线的距离

3.　【答案】D

解析　当焦点在 x 轴时 $a^2=m,b^2=4$，$\therefore c^2=m-4\therefore 2\sqrt{m-4}=2\therefore m=5$ 当焦点在 y 轴时

$a^2=4,b^2=m,c^2=4-m\therefore 2\sqrt{4-m}=$，$\therefore 2\sqrt{4-m}=2\therefore m=3$

考点　椭圆方程及性质

4.　【答案】D

解析　Q $a=5,2a=10,\therefore 10-3=7$

考点　椭圆的定义.

5.　【答案】C

解析　由题意得：$m^2=25-4^2=9$，因为 $m>0$，所以 $m=3$，故选 C.

考点　椭圆的简单几何性质.

6.　【答案】A

解析　由方程可知 $a=5,c=\sqrt{25-5}=2\sqrt{5}$，即 $|PF_1|+|PF_2|=2a=10$，$|F_1F_2|=2c=4\sqrt{5}$。因为

$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0,$，所以 $\overrightarrow{PF_1}\perp\overrightarrow{PF_2}$，所以 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2=80$，因为

$(|PF_1|+|PF_2|)^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2+2|PF_1||PF_2|$，解得 $|PF_1||PF_2|=10$。因为 $\overrightarrow{PF_1}\perp\overrightarrow{PF_2}$，所以

$S_{\Delta F_1PF_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|=5$。故 A 正确。

考点　1 椭圆的定义；2 向量的数量积与向量垂直间的关系。

7.【答案】$(\pm1,0)$

解析　根据所给的椭圆方程可知焦点在 x 轴上，且 $a=\sqrt{4}=2, b=\sqrt{\ }$，所以

$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-3}=1$，从而该椭圆的焦点坐标为 $(\pm c,0)$ 即 $(\pm1,0)$，故选 A.

考点　椭圆的标准方程及其几何性质.

8.【答案】$\frac{1}{2}$

解析 因为$3x^2+4y^2=12$，所以$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，所以$a=2,b=\sqrt{3},c=1$，则$e=\frac{1}{2}$.

考点 椭圆的性质.

9.【**答案**】$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

解析 由题意$c=1$，$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，则$a=2$，$b^2=a^2-c^2=3$. 所以：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

考点 椭圆的性质和方程

10．**分析** 动点M（x,y）随已知曲线上的点（x_0,y_0）的变动而变动，且x_0,y_0可用x,y表示，则将M点坐标表达式代入已知曲线方程，即得点 P 的轨迹方程

解：(1) 由已知得椭圆的半长轴$a=2$，半焦距$c=\sqrt{3}$，则半短轴$b=1$.

又椭圆的焦点在x轴上，∴椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(2) 设线段PA的中点为M（x,y），点P的坐标是（x_0,y_0），

由$\begin{cases} x=\frac{x_0+1}{2} \\ y=\frac{y_0+\frac{1}{2}}{2} \end{cases}$，得$\begin{cases} x_0=2x-1 \\ y_0=2y-\frac{1}{2} \end{cases}$，

由点P在椭圆上，得$\frac{(2x-1)^2}{4}+(2y-\frac{1}{2})^2=1$，

∴线段PA中点M的轨迹方程是$(x-\frac{1}{2})^2+4(y-\frac{1}{4})^2=1$.

考点 椭圆的标准方程及轨迹方程的求法

第五编 平面解析几何

第十一章 圆锥曲线

第二节 双曲线及其性质（第 73 页）

真题重现

（2016）曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的顶点坐标为（C）

A. $(0,-1),(0,1)$　　B. $(-\sqrt{5},0),(\sqrt{5},0)$　　C. $(-2,0),(2,0)$　　D. $(-4,0),(4,0)$

解析　$a=2$, 顶点在 x 轴

考点　双曲线的性质

典例解析

例 1

练习 双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的实轴长为（ ）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

解析 由题可知 $a^2=4\therefore a=2\therefore 2a=4$，所以实轴长为 4

考点　双曲线方程及性质

例 2

练习 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的渐近线为 $y=\pm 3x$，则该双曲线的离心率为（ ）

A. $\sqrt{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

C. $\sqrt{5}$　　D. 3

【答案】A

解析 Q 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的渐近线为 $y=\pm 3x, \therefore \frac{b}{a}=3, \therefore e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{10},$.

考点　双曲线的渐近线及离心率

例 3

练习 设 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1$ 上一点，双曲线的一条渐近线方程为 $3x-2y=0$， F_1,F_2 分别是双曲线的左、右焦点，若 $|PF_1|=3$，则 $|PF_2|$=（ ）

A. 1或5　　B. 6　　C. 7　　D. 9

【答案】C

解析　由渐近线可知 $\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$

$\text{Q}\, b^2=9 \therefore b=3, a=2\ \text{Q}\ \left||PF_1|-|PF_2|\right|=2a=4 \therefore |PF_2|=7$

考点　双曲线定义及性质

同步练习（第 57 页）

第二节　双曲线及其性质

1.　**【答案】**C

解析 由双曲线方程可知 $a^2=16,\ b^2=9 \therefore a=4, b=3$，渐近线方程为 $y=\pm\frac{3}{4}x$

考点　双曲线方程及性质

2.**【答案】**D

解析　双曲线方程变形为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$，所以 $b^2=8 \therefore b=2\sqrt{2}$，虚轴长为 $2b=4\sqrt{2}$

考点　双曲线方程及性质

3.**【答案】**C

解析　双曲线方程变形为 $x^2-\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1\quad \therefore a^2=1, b^2=\frac{1}{2} \therefore c^2=\frac{3}{2} \therefore c=\frac{\sqrt{6}}{2} \therefore$ 焦点为 $\left(\frac{\sqrt{6}}{2},0\right)$

考点　双曲线方程及性质

4.**【答案】**A

解析 由双曲线性质可得 $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}\quad \therefore \frac{b^2}{a^2}=\frac{16}{9} \therefore \frac{c^2-a^2}{a^2}=\frac{16}{9} \therefore e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{25}{9} \therefore e=\frac{5}{3}$ **考点**　双曲线性质

5.**【答案】**D

解析　双曲线中 $a^2=1, b^2=3 \therefore c^2=$ $\therefore r=e=\frac{c}{a}=2$，圆心为 $(0,\pm 2)$，所以圆的方程为

$x^2+(y-2)^2=4$

考点 1．双曲线方程及性质；2．圆的方程

6.【答案】B

解析 设双曲线方程为 $x^2-\frac{y^2}{4}=k$; 双曲线过点 $(2,2)$，则 $2^2-\frac{2^2}{4}=k,\therefore k=3$ 所以方程是：

$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{12}=1$，故选 B

考点 1．双曲线的标准方程；2．双曲线的性质．

7.【答案】3

解析 $c^2=m+1$，所以 $e=\frac{\sqrt{m+1}}{\sqrt{m}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，解之得 $m=3$，故应选 B．

考点 1、双曲线的概念；2、双曲线的简单几何性质；

8.【答案】$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

解析 由双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$，得其顶点坐标 $(\sqrt{2},0)$，$(-\sqrt{2},0)$，渐近线方程 $y=\pm\sqrt{2}x$，

点 $(\sqrt{2},0)$ 到 $y=\sqrt{2}x$ 的距离为 $d=\frac{|0-\sqrt{2}\times\sqrt{2}|}{\sqrt{1+(-\sqrt{2})^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，由双曲线的性质得双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$ 的顶点到其渐近线的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

考点 双曲线的性质．

9.【答案】$2\sqrt{2}$

解析 因为双曲线的两条渐近线互相垂直，所以该双曲线为等轴双曲线，即实轴与虚轴长度相等；又 $\Theta\ 2c=4$，所以 $c=2,2a^2=4$，即 $a=\sqrt{2},2a=2\sqrt{2}$，即双曲线的实轴长为 $2\sqrt{2}$．

考点 双曲线的几何性质．

10． **分析** （Ⅰ）由焦点坐标求出 $c=2$，再由离心率为 2，求出为 $a=1$，容易得到 $b^2=c^2-a^2=3$，（Ⅱ）利用点差法。

解：（Ⅰ）设双曲线方程为$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，

$\because F_1(-2,0),F_2(2,0)\therefore c=2$，

又$\because \dfrac{c}{a}=2\therefore a=1$，$\therefore b^2=c^2-a^2=3$

双曲线方程为$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$

（Ⅱ）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则$\begin{cases}x_1{}^2-\dfrac{y_1{}^2}{3}=1\\ x_2{}^2-\dfrac{y_2{}^2}{3}=1\end{cases}$，得直线$AB$的斜率$k_{AB}=1$，

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $y-3=x-1$ 即 $y=x+2$，代入方程 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 得 $2x^2-4x-7=0$，

$\Delta=4^2-4\cdot 2\cdot(-7)=72>0$，故所求的直线方程为$y=x+2$

考点　双曲线的性质和方程，点差法

第五编 平面解析几何

第十二章 圆锥曲线

第三节 抛物线及其性质（第 75 页）

典例解析

例 1

练习 1. 已知抛物线的焦点 $F\left(a,0\right)\left(a<0\right)$，则抛物线的标准方程是（ ）

A. $y^2=2ax$　　B. $y^2=4ax$

C. $y^2=-2ax$　　D. $y^2=-4ax$

【答案】 B

解析 由题意知：抛物线的标准方程是 $y^2=4ax$

考点 抛物线性质

练习 2. 抛物线 $x^2=\dfrac{1}{4}y$ 的焦点到准线的距离为（ ）

A. 2　B. 4　C. $\dfrac{1}{8}$　D. $\dfrac{1}{2}$

【答案】 C

解析 抛物线 $x^2=\dfrac{1}{4}y$ 的焦点到准线的距离为 p，而 $2p=\dfrac{1}{4}\Rightarrow p=\dfrac{1}{8}$，因此选 C.

考点 抛物线性质

例 2

练习 已知抛物线 C：$y^2=x$ 的焦点为 F，A（x_0，y_0）是 C 上一点，$|AF|=\dfrac{5}{4}x_0$，则 x_0=（ ）

A. 1　B. 2　C. 4　D. 8

【答案】 C

解析

由抛物线定义知，$|AF|=\dfrac{p}{2}+x_0=\dfrac{1}{4}+x_0=\dfrac{5}{4}x_0$，所以 $x_0=4$，故选 C.

考点 抛物线定义

例 3

练习 在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 与抛物线 $y^2=-12x$ 有相同的焦点，则双曲线的

两条渐近线的方程为________.

【答案】$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{4}x$

解析　由题意得 $a^2+1=9\Rightarrow a=2\sqrt{2}$，而双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 渐近线的方程为 $y=\pm\frac{1}{a}x$ 即

$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{4}x$

考点　双曲线渐近线

同步练习（第 58 页）

第三节　抛物线及其性质

1.【答案】D

解析　抛物线方程变形为 $x^2=\frac{1}{4}y$

$\therefore 2p=\frac{1}{4}\therefore\frac{p}{2}=\frac{1}{16}$，准线为 $y=-\frac{1}{16}$

考点　抛物线方程及性质

2.　【答案】C

解析　当焦点在 x 轴时，设方程为 $y^2=ax$，代入 $(-1,1)$ 得 $a=-1\therefore y^2=-x$，当焦点在 y 轴时，设方程为 $x^2=ay$，代入点 $(-1,1)$ 得 $a=1\therefore x^2=y$

考点　抛物线方程

3.【答案】C

解析　抛物线的焦点坐标 $(0,5)$，设双曲线方程 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$，因此得 $\begin{cases}a^2+b^2=25\\ \frac{a}{b}=\frac{3}{4}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a^2=9\\ b^2=16\end{cases}$ 双曲线的方程为 $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$.

考点　1、抛物线的简单几何性质；2、双曲线的标准方程.

4.【答案】C

解析　设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 根据抛物线的定义可知 $|AB|=x_1+x_2+p=x_1+x_2+1=4$，

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3}{2}$

考点 抛物线的定义

5.【答案】C

解析 由$a^2=6,b^2=2$知$c^2=a^2-b^2=4$得到椭圆的右焦点为$(2,0)$，所以抛物线$y^2=2px$的焦点$(2,0)$，则$p=4$

考点 椭圆、抛物线的标准方程及性质.

6.【答案】D

解析 依据抛物线的定义，抛物线$y^2=4x$的准线为$x=-1$，抛物线$y^2=4x$上一点P到直线$x=-1$的距离等于P到焦点$F(1,0)$的距离，问题转化为求$PF-PQ$的最大值，连接FQ并延长交抛物线于P，此时$PF-PQ$的最大，最大值为$|QF|=\sqrt{(2-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$

考点 1.抛物线的定义；2.三角形两边之差大于第三边；3.借助定义求最大值的方法；

7.【答案】8

解析 双曲线$x^2-y^2=2$的右焦点为$(2,0)$，故抛物线$y^2=ax$的焦点为$(2,0)$，$\therefore \frac{a}{4}=2,\therefore a=8$.

考点 抛物线的简单性质；双曲线的简单性质

8.【答案】4

解析 抛物线$x^2=8y$的焦点是$(0,2)$，准线方程是$y=-2$，所以焦点到准线的距离是4.

考点 抛物线性质.

9.【答案】$(2,\pm 2\sqrt{2})$

解析 由题意知抛物线的焦点为$(1,0)$，准线为$x=-1$；根据抛物线的定义：抛物线上的点到焦点的距离等于该点到准线的距离，知该点的横坐标为2，代入抛物线方程得该点坐标为$(2,\pm 2\sqrt{2})$.

考点 1、抛物线的定义；2、抛物线的性质.

10.**分析** （Ⅰ）用点斜式求得直线方程，联立直线方程根据根与系数的关系可得AB中点即圆心的坐标，在用焦半径公式可得AB长度。（Ⅱ）由于F,A,B三点共线，$|FA|=2|BF|$转化为向量$\overrightarrow{FA}=2\overrightarrow{BF}$，求得$x_1,x_2$关系，再联立直线与方程根据根与系数的关系得到$x_1+x_2,x_1\cdot x_2$。最终解得$x_1,x_2$和$k$

解：

（Ⅰ）Q $y^2=4x,\therefore F(1,0)$，

又Q 直线l的斜率为1，

$\therefore$直线l的方程为：$y=x-1$，代入$y^2=4x$，得：$x^2-6x+1=0$，

由根与系数的关系得：$\begin{cases}x_1+x_2=6\\ x_1\cdot x_2=1\end{cases}$，易得$AB$中点即圆心的坐标为$(3,2)$，

又$|AB|=x_1+x_2+p=8,\therefore r=4$，

$\therefore$所求的圆的方程为：$(x-3)^2+(y-2)^2=16$.

（Ⅱ）Q $|FA|=2|BF|,\therefore \overrightarrow{FA}=2\overrightarrow{BF}$，

而$\overrightarrow{FA}=(x_1-1,y_1),\overrightarrow{BF}=(1-x_2,-y_2)$，$\therefore\begin{cases}x_1-1=2(1-x_2)\\ y_1=-2y_2\end{cases}$，Q 直线$l$的斜率存在，

设直线l的斜率为k，则直线l的方程为：

$y=k(x-1)$，代入$y^2=4x$，得：$k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$，

由根与系数的关系得：

$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{2k^2+4}{k^2}\\ x_1\cdot x_2=1\end{cases}$，Q $x_1-1=2(1-x_2)$，

$\therefore\begin{cases}x_1=1\\ x_2=1\end{cases}$或$\begin{cases}x_1=2\\ x_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}$，$\therefore k=\pm2\sqrt{2}$，

$\therefore$直线l的方程为：$y=\pm2\sqrt{2}(x-1)$.

考点 直线与抛物线的位置关系和圆的标准方程的求解以及根与系数的关系

第五编 平面解析几何

第十二章 圆锥曲线

第四节 直线与圆锥曲线（第 76 页）

真题重现

（2014）已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$P(-\sqrt{3},\dfrac{1}{2})$，且其一个焦点为$F_1(-\sqrt{3},0)$.

（Ⅰ）求椭圆Γ的方程;

（Ⅱ）设O为坐标原点，过椭圆的另一个焦点F_2且斜率为k的直线l交椭圆Γ于A,B两点，

（1）证明：对于任意给定的$k(k\neq 0)$，在线段OF_2上总存在相应的点C，使得以CA,CB为邻边的平行四边形$CADB$为菱形;

（2）试探究：是否存在k，使得（1）中的菱形$CADB$的顶点D也在椭圆Γ上。

解：（Ⅰ）依题意：$\begin{cases} a^2-b^2=3 \\ \dfrac{3}{a^2}+\dfrac{1}{4b^2}=1 \end{cases}\Rightarrow a^2=4,b^2=1$,

故椭圆Γ的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

（Ⅱ）将$y=k(x-\sqrt{3})$，代入$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$消去y并整理得：

$(4k^2+1)x^2-8\sqrt{3}k^2x-12k^2-4=0$,

设$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，则$x_1+x_2=\dfrac{8\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}$，从而

$y_1+y_2=k(x_1+x_2)-2\sqrt{3}k=\dfrac{-2\sqrt{3}k}{4k^2+1}$，则线段$AB$的中点为$E(\dfrac{4\sqrt{3}k^2}{4k^2+1},\dfrac{-\sqrt{3}k}{4k^2+1})$,

①设$C(x_0,0)$,要使平行四边形$CADB$为菱形，只需$k_{CE}\cdot k=-1$,

即$\dfrac{\dfrac{-\sqrt{3}k}{4k^2+1}-0}{\dfrac{4\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}-x_0}=-1\Rightarrow x_0=\dfrac{3\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}$,

$\because k\neq 0,\therefore \dfrac{3\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4+\dfrac{1}{k^2}}<\dfrac{3\sqrt{3}}{4}<\sqrt{3}$，且$\dfrac{4\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}>0,\therefore x_0\in(0,\sqrt{3})$。

②假设存在k，使得①中的菱形$CADB$的顶点D也在椭圆Γ上，

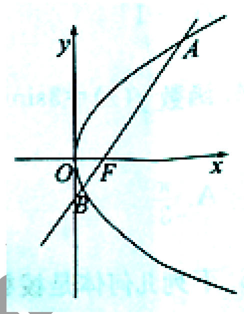
由（Ⅰ）知：$\begin{cases} x_D + x_0 = x_1 + x_2 \\ y_D + 0 = y_1 + y_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = \dfrac{5\sqrt{3}k^2}{4k^2+1} \\ y_D = \dfrac{-2\sqrt{3}k}{4k^2+1} \end{cases}$；

则 $(\dfrac{5\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}) + 4(\dfrac{-2\sqrt{3}k}{4k^2+1})^2 = 4 \Rightarrow 11k^4 + 16k^2 - 4 = 0$，

显然这个关于k^2的一元二次方程存在一个正根，故存在两个实数k，使得①中的菱形$CADB$的顶点D也在椭圆Γ上。

考点 直线与椭圆

（2015）设直线l过抛物线$\Gamma: y^2 = 2px(p > 0)$的焦点F，且与抛物线Γ相交于A, B两点，其中点$A(4,4)$；



（Ⅰ）求抛物线Γ的方程；（Ⅱ）求线段AB的长。

解：（Ⅰ）依题意：抛物线$\Gamma: y^2 = 2px(p > 0)$过点$A(4,4)$，

所以 $4^2 = 2p \cdot 4 \Rightarrow p = 2$，

故抛物线Γ的方程为：$y^2 = 4x$。

（Ⅱ）由（Ⅰ）易知，抛物线Γ的焦点F坐标为$F(1,0)$，又$A(4,4)$，

故直线l的斜率$k = \dfrac{4-0}{4-1} = \dfrac{4}{3}$，

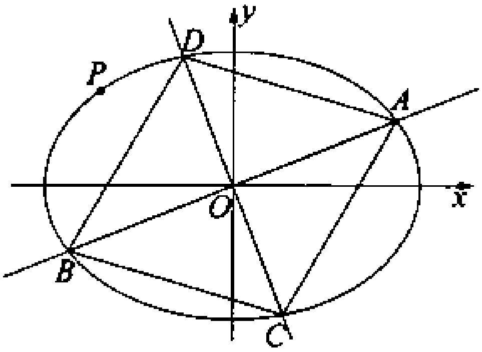
故直线l的方程为$y = \dfrac{4}{3}(x-1)$，即$4x - 3y - 4 = 0$；

代入$y^2 = 4x$解得：$x_1 = 4, y_1 = 4; x_2 = \dfrac{1}{4}, y_2 = -1$，即$B(\dfrac{1}{4}, -1)$，

所以线段AB的长为$|AB| = \sqrt{(4-\dfrac{1}{4})^2 + (4+1)^2} = \sqrt{\dfrac{625}{16}} = \dfrac{25}{4}$。

考点 直线与抛物线

（2016）如图，椭圆Γ：$\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1$（$a>0$）过点$P(-1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$.



（题 23 图）

（Ⅰ）求a的值和椭圆Γ的离心率；

（Ⅱ）过原点O作两条互相垂直的直线，分别交椭圆与点A,B和点C,D，求四边形$ABCD$面积的最小值.

解：（Ⅰ）将$P(-1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$带入椭圆方程得：$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2}=1$

$\therefore a^2=2,\therefore \dfrac{x^2}{2}+y^2=1$

（Ⅱ）①假设AB斜率不存在，此时四边形$ABCD$为矩形，则$A(0,1),B(0,-1)$，$C(\sqrt{2},0),D(-\sqrt{2},0)$

$\therefore S_{ABCD}=2\cdot 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

②假设AB斜率存在，设AB方程为$y=kx$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，CD方程为$y=-\dfrac{1}{k}x$

联立AB方程与椭圆方程$\begin{cases} y=kx \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}\Rightarrow (1+2k^2)x^2-2=0,\therefore \begin{cases} x_1+x_2=0 \\ x_1x_2=\dfrac{-2}{1+2k^2} \end{cases}$

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\dfrac{8(1+k^2)}{1+2k^2}}$

同理，$\therefore |CD|=\sqrt{\dfrac{8\left(1+\dfrac{1}{k^2}\right)}{1+2\dfrac{1}{k^2}}}=\sqrt{\dfrac{8(k^2+1)}{k^2+2}}$

$\therefore S_{ABCD}=|AB|\cdot|CD|=\sqrt{\dfrac{8\left(1+k^2\right)}{1+2k^2}}\sqrt{\dfrac{8\left(k^2+1\right)}{k^2+2}}=\sqrt{\dfrac{64\left(k^4+2k^2+1\right)}{2k^4+5k^2+2}}=\sqrt{\dfrac{32\left(2k^4+4k^2+2\right)}{2k^4+5k^2+2}}$

$=\sqrt{32-\dfrac{32k^2}{2k^4+5k^2+2}}=\sqrt{32-\dfrac{32}{2k^2+\dfrac{2}{k^2}+5}}$

Q $2k^2+\dfrac{2}{k^2}+5\geq 2\sqrt{2k^2\cdot\dfrac{2}{k^2}}+5=9$，“=”当且仅当 $2k^2=\dfrac{2}{k^2}$，$\therefore k=\pm1$ 时成立

$\therefore S_{ABCD}\geq\sqrt{32-\dfrac{32}{9}}=\dfrac{16}{3}$，又Q $4\sqrt{2}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}>\dfrac{16}{3}$，$\therefore S_{ABCD}$ 的最小值为 $\dfrac{16}{3}$。

考点　直线与椭圆

典例解析

例 1

练习 1．直线 $y=k\left(x-1\right)+1$ 与椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{m}=1$ 恒有交点，则 m 的取值范围是（ ）

A．$\left(\dfrac{9}{8},+\infty\right)$　　　B．$\left[\dfrac{9}{8},9\right)\text{U}\left(9,+\infty\right)$　　　C．$\left(\dfrac{9}{8},9\right)\text{U}\left(9,+\infty\right)$　　　D．$\left[\dfrac{9}{8},+\infty\right)$

【答案】 B

解析　$y=k\left(x-1\right)+1$ 恒过点 $P\left(1,1\right)$，由点 $P\left(1,1\right)$ 在椭圆内或椭圆上得：$\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{m}\leq 1$ 得 $m\geq\dfrac{9}{8}$ 且 $m\neq 9$，选 B.

考点　直线与椭圆位置关系

练习 2. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，过坐标原点 O 且斜率为 $\dfrac{1}{2}$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A、B，$|AB|=2\sqrt{10}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）若动圆 $(x-m)^2+y^2=1$ 与椭圆 C 和直线 l 都没有公共点，试求 m 的取值范围.

分析　第（Ⅰ）问 A、B 关于原点对称，利用两点间距离公式可得 A、B 坐标，从而将点 A 带入椭圆方程，又已知离心率，就可以求得椭圆方程；第（Ⅱ）问通过联立直线与椭圆方程，如果二次项系数不为 0，求判别式，由于没有交点，所有 $\Delta<0$，

解：（Ⅰ）依题意， l ： $y=\frac{x}{2}$ 不妨设设 $A(2t,t)$、$B(-2t,-t)$ （$t>0$）

由 $|AB|=2\sqrt{10}$ 得 $20t^2=40$，$t=\sqrt{2}$

所以 $\begin{cases}\frac{8}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

解得 $a=4$， $b=2$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

（Ⅱ）由 $\begin{cases}\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1\\ (x-m)^2+y^2=1\end{cases}$ 消去 y 得 $3x^2-8mx+4m^2+12=0$

Θ 动圆与椭圆没有公共点，$\therefore$

$\Delta=(-8m)^2-4\times3\times(4m^2+12)=16m^2-144<0$ 或 $|m|>5$

解得 $|m|<3$ 或 $|m|>5$

又 Θ 动圆与直线没有公共点，$\therefore$ $d=\frac{|m|}{\sqrt{5}}>1$，解得 $m>\sqrt{5}$ 或 $m<-\sqrt{5}$，所以 m 的取值范围为

$\{m\,|\,m<-5或-3<m<-\sqrt{5}或\sqrt{5}<m<3或m>5\}$ **考点** 直线与椭圆

例 2

练习 1. 椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 被直线 $y=x-1$ 截得的弦长为______________.

【答案】 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

解析 法一 由 $\begin{cases}y=x-1\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$ 可得，交点坐标

$(0,-1)$，$(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$，由两点间的距离可得弦长为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 。

法二 由$\begin{cases} y = x-1 \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$可得，$3x^2-4x=0$

$x_1+x_2=\dfrac{4}{3}, x_1\cdot x_2=0$

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{(1+k^2)\cdot\left[(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2\right]}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ **考点** 直线与椭圆相交所得的弦长

练习 2. 已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上任意一点到两焦点$F_1,F_2$距离之和为$4\sqrt{2}$，离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）若直线l的斜率为$\dfrac{1}{2}$，直线l与椭圆 C 交于A,B两点．点$P(2,1)$为椭圆上一点，求ΔPAB的面积的最大值．

解：（1）由条件得：$\begin{cases} 2a=4\sqrt{2} \\ e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$，解得$a=2\sqrt{2}, c=\sqrt{6}, b=\sqrt{2}$，所以椭圆的方程为$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$

（2）设l的方程为$y=\dfrac{1}{2}x+m$，点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,

由$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x+m \\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$消去$y$得$x^2+2mx+2m^2-4=0$.

令$\Delta=4m^2-8m^2+16>0$，解得$|m|<2$，由韦达定理得$x_1+x_2=-2m, x_1x_2=2m^2-4$.

则由弦长公式得

$|AB|=\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}\times\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{5(4-m^2)}$ 又点 P 到直线l的距离$d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}}=\dfrac{2|m|}{\sqrt{5}}$，∴

$S_{\Delta PAB}=\dfrac{1}{2}|AB|d=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2|m|}{\sqrt{5}}\times\sqrt{5(4-m^2)}=\sqrt{m^2(4-m^2)}\le\dfrac{m^2+4-m^2}{2}=2$，

当且仅当$m^2=2$，即$m=\pm\sqrt{2}$时取得最大值．∴ ΔPAB面积的最大值为 2.

考点 待定系数法求椭圆的标准方程；韦达定理、弦长公式及利用基本不等式求最值．

例 3.

练习 1．椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{a}=1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{2}=1$ 有相同的焦点，则 a 的值是（ ）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1 或－2　　C． 1 或 $\frac{1}{2}$　　D．1

【答案】 D

解析　椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{a}=1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{2}=1$ 都是标准方程，有相同的焦点，则 $a>0$

焦点在 x 轴，且 $4-a=a+2\Rightarrow a=1$

考点　椭圆与双曲线的性质

练习 2. 抛物线 $y^2=8x$ 的焦点到双曲线 $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线的距离为（ ）

A．1　B．$\sqrt{3}$　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{6}$

【答案】 A

解析　抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 $(2,0)$，双曲线 $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线方程为

$\frac{x}{2\sqrt{3}}\pm\frac{y}{2}=0,即x\pm\sqrt{3}y=0$；由点到直线距离公式得抛物线 $y^2=8x$ 的焦点到双曲线 $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线的距离为 $\frac{|2\pm\sqrt{3}\times0|}{\sqrt{1+(\pm\sqrt{3})^2}}=1$。故选 A

考点　双曲线的渐近线，直线与抛物线

同步练习（第 59 页）

第四节　直线与圆锥曲线

1.【答案】C

解析　得 $F(\frac{3}{4},0)$．又因为 $k=\tan 30^0=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故直线 AB 的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-\frac{3}{4})$，与抛物线 $y^2=3x$ 联立，得 $16x^2-168x+9=0$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，由抛物线定义得，$|AB|=x_1+x_2+p=\frac{168}{16}+\frac{3}{2}=12$，选 C.

考点　1、抛物线的标准方程；2、抛物线的定义.

2.【答案】B

解析　双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 中 $a^2=4,b^2=1$

$\therefore a=2,b=1$，渐近线为 $y=\pm\frac{1}{2}x$ 即 $x\pm 2y=0$ 与圆 $(x-5)^2+y^2=r^2$（$r>0$）相切 $\therefore \frac{|5|}{\sqrt{1+4}}=r$

$\therefore r=\sqrt{5}$

考点　双曲线性质及直线与圆的位置关系

3.【答案】C

解析　抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 $F(2,0)$，设 $l:y=k(x-2)$，与 $y^2=8x$ 联立，消去 y 可得 $k^2x^2-(4k^2+8)x+4k^2=0$，设 A,B 的横坐标分别为 x_1,x_2，则 $x_1+x_2=4+\frac{8}{k^2}$，$x_1\cdot x_2=4$ 根据抛物线的定义可知 $|FA|=m=x_1+2$，$|FB|=n=x_2+2$

$$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{x_1+2}+\frac{1}{x_2+2}=$$

$$\frac{x_1+x_2+4}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}=\frac{1}{2}$$ 故选 C．

考点　直线与抛物线的位置关系.

4.【答案】A

解析　设 $x-y+m=0$，联立 $x-y+m=0$ 与

$y=x^2$，得 $x^2-x-m=0$，$\therefore \Delta=1+4m=0$

$\Rightarrow m=-\frac{1}{4}$，$\therefore d=\frac{\left|-\frac{1}{4}+1\right|}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$

考点 直线与抛物线的位置关系

5.【答案】2

解析 根据题意，由于双曲线

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线与圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 相切，那么可知圆心 $(0,2)$ 到

直线 $y=\frac{b}{a}x \Leftrightarrow bx-ay=0$ 的距离为圆的半径

为 1，知 $\frac{|0-2a|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1 \Leftrightarrow a^2+b^2=4a^2 \Leftrightarrow$

$b^2=3a^2$，离心率为 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{(\frac{c}{a})^2}=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}$

$=2$.

考点 双曲线的性质，直线与圆

6.【答案】$-\frac{4}{5}$

解析 由 $\begin{cases} y=2x-4 \\ y^2=4x \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$

令 $B(-1,2)$，$A(4,4)$，又 $F(1,0)$，

$\therefore$ 由两点间距离公式得 $|BF|=2$，$|AF|=5$，$|AB|=3\sqrt{5}$.

$\therefore \cos\angle AFB=\frac{|BF|^2+|AF|^2-|AB|^2}{2|BF|\cdot|AF|}=$

$\frac{4+25-45}{2\times2\times5}=-\frac{4}{5}$

考点 直线与抛物线，余弦定理推理公式

7. **分析** （1）利用椭圆的标准方程及其参数 a、b、c 的关系即可得出 $\begin{cases} 2c=6 \\ 2a+2c=16 \end{cases}$，进而求出结果；

（2）把直线与椭圆的方程联立得 $x^2-3x-8=0$，利用根与系数的关系就线段的中点坐标公式即可得出.

解：（1）利用椭圆的标准方程及其参数 a、b、c 的关系即可得出$\begin{cases}2c=6\\2a+2c=16\end{cases}$，进而求出结果；

（2）把直线与椭圆的方程联立得$x^2-3x-8=0$，利用根与系数的关系就线段的中点坐标公式即可得出.

试题解析：解：（1）设椭圆的半焦距为c，则由题设得$\begin{cases}2c=6\\2a+2c=16\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=5\\c=3\end{cases}$，所以$b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=16$，

故所求C的方程为$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

（2）过点$(3,0)$且斜率为$\frac{4}{5}$的直线方程为$y=\frac{4}{5}(x-3)$，

将之代入C的方程，得

$\frac{x^2}{25}+\frac{(x-3)^2}{25}=1$，即$x^2-3x-8=0$.

设直线l与椭圆有两个交点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

因为$x_1+x_2=3$，所以线段AB中点的横坐标为$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3}{2}$，

纵坐标为$\frac{4}{5}\times\left(\frac{3}{2}-3\right)=-\frac{6}{5}$.

故所求线段的中点坐标为$\left(\frac{3}{2},-\frac{6}{5}\right)$

考点：1.直线与圆锥曲线的关系；2.椭圆的标准方程.

8．**分析**　（Ⅰ）由题意设：抛物线方程为$y^2=2px$，其准线方程为$x=-\frac{p}{2}$，根据抛物线的大于可得：$4+\frac{p}{2}=6$，进而得到答案；（Ⅱ）联立直线与抛物线的方程得$k^2x^2-(4k+8)x+4=0$，根据题意可得$\Delta=64(k+1)>0$即$k>-1,且k\neq0$，再结合韦达定理可得k的值

解：（Ⅰ）由题意设：抛物线方程为$y^2=2px$，其准线方程为$x=-\frac{p}{2}$，根据抛物线的大于可得：

$4+\frac{p}{2}=6$，进而得到答案;（Ⅱ）联立直线与抛物线的方程得$k^2x^2-(4k+8)x+4=0$，根据题意可得$\Delta=64(k+1)>0$即 k>-1 且 k≠0，再结合韦达定理可得 k 的值

试题解析:（1）由已知设抛物线 C 的方程为$y^2=2px$，则其准线方程为$x=-\frac{p}{2}$

由抛物线的定义得：$P(4,\ m)$到准线的距离为6，即$4+\frac{p}{2}=6$解得：$p=4$

所以抛物线 C 的方程为：　$y^2=8x$

（2）设$A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$

由$\begin{cases} y=kx-2 \\ y^2=8x \end{cases}$得$k^2x^2-(4k+8)x+4=0 \therefore x_1+x_2=\frac{4k+8}{k^2}$

$\Delta=(4k+8)^2-16k^2=64k+64>0 \therefore k>-1$

Θ AB 中点横坐标为 2

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}=\frac{2k+4}{k^2}=2$,即$k^2-k-2=0$,解得$k=2$或$k=-1$所以$k=2$

考点　1．抛物线的标准方程；2．直线与圆锥曲线的关系

9．**解**：　（1）设$P(x,y)$，由椭圆定义可知，点P的轨迹C是以$(0,-\sqrt{3}),(0,\sqrt{3})$为焦点，长半轴为 2 的椭圆．它的短半轴$b=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$，

故曲线 C 的方程为$x^2+\frac{y^2}{4}=1$．

（2）①设直线$l_1: y=kx+\sqrt{3}$，

$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，

其坐标满足$\begin{cases} x^2+\frac{y^2}{4}=1, \\ y=kx+\sqrt{3}. \end{cases}$

消去y并整理得$(k^2+4)x^2+2\sqrt{3}kx-1=0$，

故$x_1+x_2=-\frac{2\sqrt{3}k}{k^2+4}$，$x_1x_2=-\frac{1}{k^2+4}$．

以线段AB为直径的圆过能否过坐标原点，则$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，即$x_1x_2+y_1y_2=0$．

而 $y_1y_2=k^2x_1x_2+\sqrt{3}k(x_1+x_2)+3$，

于是

$$x_1x_2+y_1y_2=-\frac{1}{k^2+4}-\frac{k^2}{k^2+4}-\frac{6k^2}{k^2+4}+3=0$$

化简得 $-4k^2+3=0$，所以 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

②由①，$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\frac{4\sqrt{k^2+1}}{k^2+4}=\frac{4(k^2+1)}{k^2+4}$

将上式中的 k 换为 $-\frac{1}{k}$ 得 $|CD|=\frac{4(k^2+1)}{4k^2+1}$，

由于 $AB\perp CD$，故四边形 $ABCD$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}|AB||CD|=\frac{8(1+k^2)^2}{(k^2+4)(4k^2+1)}$，

令 $k^2+1=t$，则

$$S=\frac{8t^2}{(t+3)(4t-3)}=\frac{8t^2}{4t^2+9t-9}=\frac{8}{-9\left(\frac{1}{t}\right)^2+9\left(\frac{1}{t}\right)+4}=\frac{8}{-9\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}}$$

而 $\frac{1}{t}\in(0,1)$，故 $4<-9\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}\le\frac{25}{4}$，故 $\frac{32}{25}\le S<2$，

当直线 l_1 或 l_2 的斜率有一个不存在时，另一个斜率为 0，不难验证此时四边形 $ABCD$ 的面积为 2，故四边形 $ABCD$ 面积的取值范围是 $\left[\frac{32}{25},2\right]$.

考点　椭圆标准方程的求法、直线与椭圆的位置关系、根与系数的关系、弦长公式、二次函数求最值和向量垂直的坐标运算

10. **解：**（Ⅰ）由已知可得 $b=2,a^2=\left(\sqrt{2}b\right)^2=8$，

所求椭圆方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

（Ⅱ）若直线 AB 的斜率存在，设 AB 方程为 $y=kx+m$，依题意 $m\neq\pm2$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases}\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1,\\ y=kx+m,\end{cases}$ 得 $\left(1+2k^2\right)x^2+4kmx+2m^2-8=0$.

则 $x_1+x_2=-\dfrac{4km}{1+2k^2},x_1x_2=\dfrac{2m^2-8}{1+2k^2}$． 由已知 $\dfrac{y_1-2}{x_1}+\dfrac{y_2-2}{x_2}=8$，

所以 $\dfrac{kx_1+m-2}{x_1}+\dfrac{kx_2+m-2}{x_2}=8$，即 $2k+(m-2)\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=8$．

所以 $k-\dfrac{mk}{m+2}=4$，整理得 $m=\dfrac{1}{2}k-2$．

故直线 AB 的方程为 $y=kx+\dfrac{1}{2}k-2$，即 $y=k$（$x+\dfrac{1}{2}$）-2．

所以直线 AB 过定点（$-\dfrac{1}{2},-2$）.

若直线 AB 的斜率不存在，设 AB 方程为 $x=x_0$，

设 $A(x_0,y_0)$，$B(x_0,-y_0)$，由已知 $\dfrac{y_0-2}{x_0}+\dfrac{-y_0-2}{x_0}=8$，

得 $x_0=-\dfrac{1}{2}$．此时 AB 方程为 $x=-\dfrac{1}{2}$，显然过点（$-\dfrac{1}{2},-2$）.

综上，直线 AB 过定点（$-\dfrac{1}{2},-2$）.

考点 焦点三角形，直线与椭圆，定点问题