

第三编 三角函数与平面向量

第五章 三角函数

第一节 任意角的概念与弧度制 (第 38 页)

例 1. 练习 1. C 例 2 练习 C 例 3. 练习 (1) C (2) A

例 4. 练习  $2\pi$

同步练习 (第 28 页)

1. A 2. A 3. C 4. C 5. D 6. — 7.  $60^\circ$  8.  $\frac{40\pi}{3}$  cm

9. 解析  $\because 72^\circ = 72 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}$  (rad),  $\therefore l = \alpha r = \frac{2\pi}{5} \times 20 = 8\pi$  (cm).

$$\therefore S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 8\pi \times 20 = 80\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

10. 解 设该扇形圆心角的弧度数是  $\alpha$ , 半径为  $r$ , 根据题意, 有 
$$\begin{cases} 2r + \alpha r = 4, \\ \frac{1}{2}\alpha r^2 = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} \alpha = 2, \\ r = 1. \end{cases}$$

所以扇形圆心角的弧度数是 2.

第二节 三角函数的定义 (第 39 页)

例 1. 练习 1 D 练习 2 B

例 2. 练习 1 B 练习 2 (1) 负号 (2) 正号 (3) 正号

例 3. 练习 B

同步练习 (第 29 页)

1. B 2. D 3. D 4. C 5. C 6.  $-\frac{12}{13}$  7.  $\frac{16}{15}$  8. 9

9. 解析: 因为点  $P(x, -12)$  是角  $\theta$  终边上一点, 所以  $\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (-12)^2}}$ .

又  $\cos \theta = -\frac{5}{13}$ , 所以  $\frac{x}{\sqrt{x^2 + (-12)^2}} = -\frac{5}{13}$ , 解得  $x = -5$ .

10. 解析  $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

第三节 诱导公式与同角关系 (第 40 页)

真题重现

(2014 年) 1. C

例 1. 练习 1 B 练习 2 C

例 2. 练习 1 D 练习 2 解析 由  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 2$ , 化简, 得  $\sin \alpha = 3 \cos \alpha$ , 所以  $\tan \alpha = 3$ .

(1) 法一 原式 =  $\frac{3 \times 3 \cos \alpha - \cos \alpha}{2 \times 3 \cos \alpha + 3 \cos \alpha} = \frac{8 \cos \alpha}{9 \cos \alpha} = \frac{8}{9}$ .

法二 原式 =  $\frac{3 \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{2 \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3 \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{3 \tan \alpha - 1}{2 \tan \alpha + 3} = \frac{3 \times 3 - 1}{2 \times 3 + 3} = \frac{8}{9}$ .

例 3. 练习

(1)  $Q |OP|=1 \therefore$  点 P 在单位圆上, 由正弦函数的定义得  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$

(2) 原式 =  $\frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha} \cdot \frac{\tan \alpha}{-\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$

由余弦函数的定义得  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , 所以所求值为  $\frac{4}{5}$

同步练习 (第 30 页)

1. B 2. B 3. D 4. B 5. D 6.  $-\frac{3}{4}$  7.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$  8.  $-\frac{9}{32}$

9. 解析  $\because \sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha = \frac{4}{5} > 0, \therefore \sin \alpha = -\frac{4}{5} < 0, \therefore \sin \alpha \cos \alpha < 0,$

$\because \cos \alpha > 0 \therefore \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5} \quad \tan \alpha = -\frac{4}{3} \therefore$  原式 =  $\frac{2 \sin \alpha + 3 \tan \alpha}{4 \cos \alpha} = 1 =$

10 解析 (1)  $f(\alpha) = \frac{\sin \alpha \cos \alpha (-\tan \alpha)}{\tan \alpha \sin \alpha} = -\cos \alpha;$

(2)  $\because \alpha$  为第三象限角, 且  $\sin \alpha = -\frac{1}{5}, \therefore \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{2\sqrt{6}}{5},$  则  $f(\alpha) = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

第四节 三角函数的图象与性质 (第 41 页)

例 1. 练习 1 B 练习 2 A

例 2. 练习 1  $\pi, (k\pi + \frac{\pi}{2}, 0) (k \in \mathbb{Z}), [2k\pi, 2k\pi + \pi] (k \in \mathbb{Z}), x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z}), 2$

练习 2 A

例 3. 练习 答案(1)  $\sin(-\frac{\pi}{18}) > \sin(-\frac{\pi}{10})$  (2)  $\cos(-\frac{23\pi}{5}) < \cos(\frac{17\pi}{4})$

同步练习 (第 31 页)

1. C 2. D 3. B 4. A 5. B 6. 47.  $\{x | x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}\}$

9. 解析 由余弦曲线可知  $x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ . 10. 答案 2

第五节 函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  图象和性质 (第 43 页)

真题重现

(2014 年) 1. 答案 (I)  $\frac{1}{2}$  (II)  $\pi$

解析 (I)

$$f(x) = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$$

$$\therefore f(\frac{\pi}{4}) = \sin(2 \times \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \quad (\text{II}) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(2015 年) 2. B

(2015 年) 3. 答案 (I) 1 (II)  $\sqrt{2}$

解析 (I)  $f(x) = \sin 2x + 2\cos^2 x - 1 = \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$

$$\therefore f(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin(2 \times \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = 1$$

(II) 函数  $f(x)$  的最大值为  $\sqrt{2}$

(2016 年) 4. B

例 1. 练习 1 A 练习 2 A 例 2. 练习 1 B 练习 2 C 例 3. 练习

解析 (1)  $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$  (2) 最大值为 2,  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Q  $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$   
 (3) 所以单调递减区间  $[2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{4\pi}{3}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$   
 $\therefore 2k\pi + \frac{\pi}{3} \leq x \leq 2k\pi + \frac{4\pi}{3}$

### 同步练习 (第 32 页)

1. D 2. C 3. C 4. D 5. A 6.  $\pi$  [-3, 3] 7.  $y = \cos(2x + \frac{2\pi}{5})$  8. ② ③

9. 解析 先由函数  $y = \sin x$  向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位, 再纵坐标不变横坐标变为原来的  $\frac{1}{2}$ , 再横坐标不变纵坐标变为原来的 2 倍

10. 解析 (1)  $2x + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$  把  $x = \frac{\pi}{8}$  代入得  $2 \times \frac{\pi}{8} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$  即  $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{4}$

又  $-\pi < \varphi < 0$  所以当  $k = -1$ ,  $\varphi = -\frac{3\pi}{4}$  (2) 由 (1) 得  $f(x) = \sin(2x - \frac{3\pi}{4})$   $f(x)$  的单调递增区

间为  $[k\pi + \frac{\pi}{8}, k\pi + \frac{5\pi}{8}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

### 第六节 三角函数的应用 (第 44 页)

例 1. 练习 C

例 2. 练习 1 C 练习 2 解析 依题意得  $A = 2\sqrt{2}$ , 因为  $\frac{T}{4} = 4$ ,  $T = 16$ , 所以  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ,  $\omega = \frac{\pi}{8}$ , 又

$\frac{\pi}{8}x + \varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$  所以把  $x = 2$  代入得  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  所以  $y = 2\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$

例 3. 练习 解析 (1) 依题意得  $A + 1 = 3$  所以  $A = 2$ , 图像相邻两条对称轴之间的距离为  $\frac{\pi}{2}$ , 所

以  $T = \pi$ ,  $\omega = 2$  所求解析  $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1$

(2) Q  $f(\frac{\alpha}{2}) = 2$ ,  $\therefore 2\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) + 1 = 2$

又  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 所以  $\alpha = \frac{\pi}{3}$

同步练习 (第 33 页)

1. B 2. B 3. A 4. C 5. D 6.  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$  7.  $-\sqrt{3}$  8.  $[\frac{3}{4}, 3]$

9. 解析 定义域:  $x \in R$  值域:  $y \in [1, 3]$  周期:  $T = \pi$  单调增区间:  $x \in (k\pi - \frac{5}{12}\pi, k\pi + \frac{1}{12}\pi) k \in Z$

单调减区间:  $x \in (k\pi + \frac{1}{12}\pi, k\pi + \frac{7}{12}\pi) k \in Z$

10. 解: (1)  $\because f(x) = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x - \frac{\pi}{4}), x \in R$

$\therefore f(\frac{\pi}{2}) = 1$  (2) 函数  $f(x)$  的最大值和最小值分别为  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ .

(3) 由  $f(\alpha) = \frac{1}{4}$  得  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{4} \therefore (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{1}{16}, 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{16}, \sin 2\alpha = \frac{15}{16}$

$\therefore (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha = 1 + \frac{15}{16} = \frac{31}{16} \therefore \alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \therefore \sin \alpha + \cos \alpha > 0$

$\therefore \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{31}}{4}$ .

第六章 平面向量

第一节 平面向量的基本概念 (第 46 页)

例 1. 练习 (1) 例 2. 练习 1 D 练习 2 C 例 3 练习  $\sqrt{2}$

同步练习 (第 34 页)

1. D 2. D 3. A 4. D 5. C 6.  $\vec{0}$  7. 共线 8.  $|\vec{AB}| = |\vec{DC}|$

9. 解析 (1) 与  $\vec{AF}$  相等的向量为  $\vec{BE}, \vec{CD}$ , 与  $\vec{AE}$  相等的向量为  $\vec{BD}$ . (2)  $\vec{DA}, \vec{CF}, \vec{FC}$ .

10. 解析 (1) 与向量  $\vec{AB}$  相等的向量共有 5 个 (不包括  $\vec{AB}$  本身).

(2) 与向量  $\vec{AB}$  方向相同且模为  $3\sqrt{2}$  的向量共有 2 个.

第二节 平面向量的线性运算 (第 47 页)

例 1. 练习 1 (1)  $\vec{AC}$  (2)  $\vec{0}$  练习 2 A 例 2. 练习 1 C 练习 2 C

例 3. 练习 -2

同步练习 (第 35 页)

1. C 2. C 3. D 4. A 5. C 6.  $\frac{1}{c}, \frac{1}{b}$  7.  $-\frac{1}{2}$  8.  $-\frac{1}{3}$

9. 答案  $b-a$   $-a-b$

10. 答案 设  $\vec{AB} = \vec{c}, \vec{AD} = \vec{d}$ . 因 M, N 分别为 CD, BC 的中点,

$$\text{所以 } \vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{d}, \vec{DM} = \frac{1}{2}\vec{c} \text{ 因而 } \begin{cases} \vec{d} + \frac{1}{2}\vec{c} = \vec{a} \\ \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d} = \vec{b} \end{cases}, \text{ 即 } \vec{AB} = \frac{2}{3}(2\vec{b} - \vec{a}), \vec{AD} = \frac{2}{3}(2\vec{a} - \vec{b})$$

### 第三节 平面向量的坐标运算 (第 48 页)

#### 真题重现

(2014 年) 1. D (2014 年) 2. D

例 1. 练习 1 B 练习 2 (5,5) 例 2. 练习 1 \_5\_ 练习 2 A

例 3. 练习 B

#### 同步练习 (第 36 页)

1. C 2. C 3. C 4. D 5. A 6.  $\sqrt{2}$  7. 7 8.  $-\frac{3}{2}$

9. 答案 -3 解析  $\vec{m} + \vec{n} = (2\lambda + 3, 3)$   $\vec{m} - \vec{n} = (-1, -1)$  所以  $2\lambda + 3 + 3 = 0$ ,  $\lambda = -3$

10 答案  $4\sqrt{5}$  解析 由题意得  $y = -4$ ,  $2\vec{a} - \vec{b} = (2, 4) - (-2, -4) = (4, 8)$  则  $|2\vec{a} - \vec{b}| = 4\sqrt{5}$

### 第四节 平面向量的数量积 (第 49 页)

#### 真题重现

(2015 年) 1. C

例 1. 练习 ① 例 2. 练习 1 C 练习 2 2 例 3. 练习 9

#### 同步练习 (第 37 页)

1. B 2. C 3. C 4. C 5. C 6. \_1\_ 7. \_44\_ 8.  $\theta = \frac{\pi}{4}$ .

9. 答案  $k = 19$ .

解析  $k\vec{a} + \vec{b} = k(1, 2) + (-3, 2) = (k-3, 2k+2)$ ,  $\vec{a} - 3\vec{b} = (1, 2) - 3(-3, 2) = (10, -4)$ .

又  $k\vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{a} - 3\vec{b}$  垂直, 故  $(k\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = 0$ . 即  $(k-3) \cdot 10 + (2k+2) \cdot (-4) = 0$  得  $k = 19$ .

10. 答案 (1)  $4\sqrt{3}$  (2)  $\theta = 30^\circ$

[解析] (1)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ .

$$(2) \cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3+1} \cdot \sqrt{4+12}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 又 } \because 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ, \therefore \theta = 30^\circ.$$

## 第七章 三角恒等变换

### 第一节 两角和差的正弦、余弦、正切公式 (第 50 页)

真题重现

(2016 年) 1 A

例 1. 练习 1  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     练习 2  $\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$     例 2. 练习 1  $\frac{1}{2}$     练习 2  $\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$

例 3. 练习  $\frac{3}{11}$

### 同步练习 (第 38 页)

1. A    2. B    3. A    4. C    5. A    6.  $\cos \beta$     7.  $\frac{7}{5}$     8.  $\frac{1}{2}$

9. 答案  $\frac{\sqrt{2}}{10}$     解析:  $\tan \alpha = -\frac{3}{4}, \pi < \alpha < 2\pi, \therefore \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad \therefore \sin \alpha = -\frac{3}{5}$

$$\therefore \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

10. 答案  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

解析 Q  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}, \alpha \in (\pi, \frac{3}{2}\pi) \quad \therefore \sin \alpha = -\frac{3}{5}$

Q  $\tan \beta = -\frac{1}{3}, \beta \in (\frac{1}{2}\pi, \pi) \quad \therefore \sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \beta = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

### 第二节 二倍角公式 (第 51 页)

例 1. 练习 1    (1)  $\frac{1}{4}$     (2)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     (3)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     (4)  $-\frac{1}{2}$

例 2. 练习 1 C 练习 2  $-\frac{24}{25}$  例 3. 练习  $\sin\alpha$

同步练习 (第 39 页)

1. C 2. D 3. B 4. A 5. D 6.  $-\frac{24}{25}$  7.  $\frac{7}{9}$  8.  $\frac{7}{25}$

9. 解析 Q  $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{2\cos\alpha - \sin\alpha} = \frac{1}{3} \therefore \frac{\tan\alpha + 1}{2 - \tan\alpha} = \frac{1}{3} \therefore \tan\alpha = -\frac{1}{4}$

$$\therefore \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{16}} = -\frac{8}{15}$$

10.  $f(\theta) = \frac{2\sin^2\frac{\theta}{2} - 1}{\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}} + 2\tan\theta = \frac{-2\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{2\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-2\cos^2\theta + 2\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = -\frac{4}{\tan 2\theta}$  所以  $f(\frac{\pi}{8}) = -\frac{4}{\tan\frac{\pi}{4}} = -4$

第三节 简单的三角恒等变换 (第 52 页)

例 1. 练习  $\frac{1}{7}$

例 2. 练习 1  $\pi$ , 2 练习 2 B

例 3 练习 答案  $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$  最小正周期为  $T = \pi$  最小值为 0,  $f(x)$  的最

大值为 4 解析 (1) 依题意,  $P(\cos 2x + 1, 1)$ , 点  $Q(1, \sqrt{3}\sin 2x + 1)$

所以,  $f(x) = \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x + 2 = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$

(2)  $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 2.$

因为  $x \in \mathbf{R}$ , 所以  $f(x)$  的最小值为 0,  $f(x)$  的最大值为 4,  $f(x)$  的最小正周期为  $T = \pi$ .



同步练习 (第 40 页)

1. A 2. D 3. B 4. A 5. A 6.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  7.  $-\frac{24}{25}$  8.  $-\sqrt{3}$

9. 答案  $\frac{1}{2}$  解析  $\because \sin \alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$  且  $\alpha$  是第三象限角,

$$\therefore \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2} = -\frac{\sqrt{10}}{10} \therefore \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3.$$

$$\therefore \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{3 - 1}{1 + 3 \times 1} = \frac{1}{2}.$$

10. 答案  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$   $y_{\max} = \sqrt{2}$

解析  $f(x) = a \cdot b = \sin 2x - 1 + 2 \cos^2 x = \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

所以, 函数  $f(x)$  的最小正周期  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ . 因为  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , 所以  $2x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ ,

当  $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ , 即  $x = \frac{\pi}{8}$  时, 函数有最大值  $y_{\max} = \sqrt{2}$ .

第八章 解三角形

第一节 正弦定理 (第 53 页)

真题重现

(2016 年) 1. 答案 (I)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (II)  $75^\circ$

解析 (I) 在锐角  $\triangle ABC$  中, 已知  $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$  所以  $B = 60^\circ$ , 所以  $\sin 2B = \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(II) 因为  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ,  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{3}$ , 所以  $A = 45^\circ$ , 所以  $C = 75^\circ$

例 1. 练习 1 C 练习 2 A

例 2. 练习 1  $75^\circ$  或  $15^\circ$  练习 2  $\sqrt{3} : 1 : 1$

例 3. 练习  $a=1$   $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$

解析 在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理, 得 $\frac{1}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{3}}$ , 解得 $\sin B = \frac{1}{2}$ , 因为 $b < c$ , 故角 $B$ 为锐角,

所以 $B = \frac{\pi}{6}$ , 则 $A = \frac{\pi}{6}$ . 再由正弦定理或等腰三角形性质可得 $a = 1$ .

$$\text{所以 } s = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

### 同步练习 (第 41 页)

1. C 2. C 3. A 4. B 5. C 6.  $\frac{\pi}{2}$  7. 2 8. 2

9. 答案  $\sqrt{2}$  解析 由正弦定理, 得 $\frac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin C}$ ,  $\therefore \sin C = \frac{1}{2}$ . 又 $\because C$ 为锐角, 则 $C = 30^\circ$ ,  $\therefore A = 30^\circ$ .  $\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形,  $a = c = \sqrt{2}$ .

10. 答案 (1)  $\frac{16}{65}$ ; (2)  $\frac{8}{3}$ . 解析 (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由 $\cos A = -\frac{5}{13}$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$ 得,  $\sin A = \frac{12}{13}$ ,  $\sin B = \frac{4}{5}$ .  $\therefore \sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{12}{13} \times \frac{3}{5} + (-\frac{5}{13}) \times \frac{4}{5} = \frac{16}{65}$ .

(2) 根据正弦定理,  $AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{5 \times \frac{16}{65}}{\frac{12}{13}} = \frac{4}{3}$ ,  $\therefore \triangle ABC$ 的面积  $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 5 \times \frac{4}{5} = \frac{8}{3}$ .

### 第二节 余弦定理 (第 54 页)

#### 真题重现

(2014 年) 1.  $\sqrt{3}$  (2015 年) 2. A

例 1. 练习 1  $\sqrt{13}$  练习 2 5

例 2. 练习 1  $120^\circ$  解析  $a^2 = b^2 + c^2 + bc \therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2}$  所以  $A = 120^\circ$

练习 2 D

例 3. 练习 答案  $a=5$   $B=30^\circ$   $C=120^\circ$   $s = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

解析  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 25 + 75 - 2 \times 5 \times 5 \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25$  所以  $a=5$

因为  $a=b$  所以  $B=30^\circ$   $C=120^\circ$

$$s = \frac{1}{2} ab \sin c = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

### 同步练习 (第 42 页)

1. C 2. A 3. D 4. C 5. B 6. 2 7. 锐角 8.  $-\frac{5\sqrt{3}}{14}$

9. 答案(1)  $\sqrt{10}$  (2)  $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ . 解析 (1) 由余弦定理, 得  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 4 + 9 - 2 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{4} = 10$ ,

$\therefore b = \sqrt{10}$ . (2)  $\because \cos B = \frac{1}{4}$ ,  $\therefore \sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . 由正弦定理, 得  $\sin C = \frac{c \sin B}{b} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{15}}{4}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$ .

10. 答案当  $C = \frac{\pi}{6}$  时,  $c = 2$  当  $C = \frac{5\pi}{6}$  时,  $c = 2\sqrt{7}$  解析  $\because \sin C = \frac{1}{2}$ , 且  $0 < C < \pi$ ,  $\therefore C$  为  $\frac{\pi}{6}$  或  $\frac{5\pi}{6}$ . 当  $C$

$= \frac{\pi}{6}$  时,  $\cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 此时,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 4$ , 即  $c = 2$ . 当  $C = \frac{5\pi}{6}$  时,  $\cos C = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

此时,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 28$ , 即  $c = 2\sqrt{7}$

### 第三节 解三角形及其应用 (第 54 页)

例 1. 练习 答案  $B = 105^\circ$   $a = 10\sqrt{2}$   $b = 5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

解析:  $B = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$   $Q \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \therefore a = \frac{c \sin A}{\sin C} = \frac{10 \times \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 10\sqrt{2}$

$Q \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \therefore b = \frac{c \sin B}{\sin C} = \frac{10 \times \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = 5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

例 2. 练习 1 B 练习 2 D

例 3. 练习 答案(1)  $C = 60^\circ$  (2) 5 解析(1) 由正弦定理得  $\sqrt{3} \sin A = 2 \sin C \sin A$ ,

$\because A, C$  是锐角,  $\therefore \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 故  $C = 60^\circ$ .

(2)  $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $\therefore ab = 6$ . 由余弦定理得  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = (a+b)^2 - 3ab$ ,

$\therefore (a+b)^2 = 25$ ,  $\therefore a+b = 5$ .

同步练习 (第 43 页)

1. C 2. D 3. D 4. B 5. A 6. 2 7.  $2\sqrt{3}$  8.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

9. 答案(1)  $2\sqrt{2}$  (2)  $\frac{11\sqrt{2}}{16}$ .

解: (1)  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA = 2^2 + 4^2 - 2 \times 2 \times 4 \times \frac{3}{4} = 8$ ,  $\therefore a = 2\sqrt{2}$ .

(2)  $\because \cos A = \frac{3}{4}$ ,  $\therefore \sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ,  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ , 即  $\frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{2}{\sin B}$   $\therefore \sin B = \frac{\sqrt{14}}{8}$ . 又  $\because b < c$ ,  $\therefore B$  为锐角.  $\therefore$

$\cos B = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ .  $\therefore \cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{3}{4} \times \frac{5\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{\sqrt{14}}{8} = \frac{11\sqrt{2}}{16}$ .

10. 答案(1)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ; (2) 5.

解析 (1) 因为  $a=3$ ,  $b=2\sqrt{6}$ ,  $\angle B=2\angle A$ ,

所以在  $\triangle ABC$  中, 由正弦定理, 得  $\frac{3}{\sin A} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin 2A}$ , 所以  $\frac{2\sin A \cos A}{\sin A} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ , 故  $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

(2) 由(1)知  $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$ , 所以  $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

又因为  $\angle B=2\angle A$ , 所以  $\cos B = 2\cos^2 A - 1 = \frac{1}{3}$ . 所以  $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,

在  $\triangle ABC$  中,  $\sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{5\sqrt{3}}{9}$ . 所以  $c = \frac{a \sin C}{\sin A} = 5$ .