

2019 年福建省高等职业教育入学考试第二次质量检查

数学试卷参考答案

一、选择题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分。

1. A 2. D 3. B 4. C 5. C 6. C 7. B
8. B 9. D 10. A 11. A 12. C 13. B 14. A

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡相应位置。

15. 6 16. $\frac{1}{2}$ 17. $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ 18. $\frac{a^2+b^2}{2}$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 60 分，解答应写出文字说明、证明过程或验算步骤。

19. 【解析】(1) $a_5 = a_1 + 4d = 9 \therefore 1 + 4d = 9$, 得 $d = 2$, $\therefore a_n = a_1 + (n-1)d = 2n-1$

$$(2) \because S_k = \frac{(a_1 + a_k) \cdot k}{2} = \frac{(1 + 2k-1) \cdot k}{2} = k^2$$

$$\therefore k^2 = 36, \therefore k = 6$$

$$\therefore a_n = 2n-1, k \text{ 的值为 } 6$$

$$20. \text{【解析】(1) } \cos B \cos C - \sin B \sin C = \cos(B+C) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore B+C = 60^\circ, \therefore A = 120^\circ$$

$$(2) \because a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 4 + 4 - 2 \times 4 \times \cos 120^\circ = 12,$$

$$\therefore a = 2\sqrt{3}.$$

21. 【解析】(1) 点 (x, y) 有 25 种如下： $(-4, -4), (-4, -2), (-4, 0), (-4, 1), (-4, 3),$

$(-2, -4), (-2, -2), (-2, 0), (-2, 1), (-2, 3), (0, -4), (0, -2), (0, 0), (0, 1), (0, 3),$

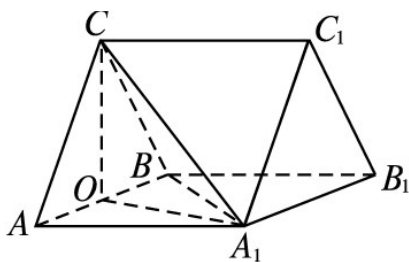
$(1, -4), (1, -2), (1, 0), (1, 1), (1, 3), (3, -4), (3, -2), (3, 0), (3, 1), (3, 3).$

其中点 (x, y) 位于第二象限的有： $(-4, 1), (-4, 3), (-2, 1), (-2, 3)$ 共 4 种 $\therefore p = \frac{4}{25}$

(2) 其中点 (x, y) 位于坐标轴上的有： $(-4, 0), (-2, 0), (0, 0), (1, 0), (3, 0), (0, -4),$

$(0, -2), (0, 1), (0, 3)$ 共 9 种，所以点 (x, y) 不在坐标轴上的有 16 种 $\therefore p = \frac{16}{25}$

22 【解析】(1) 证明：取 AB 的中点 O ，连结 OC, OA_1, A_1B



因为 $CA=CB$,

所以 $OC \perp AB$.

由于 $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$,

故 $\triangle AA_1B$ 为等边三角形,

所以 $OA_1 \perp AB$.

因为 $OC \cap OA_1 = O$, 所以 $AB \perp$ 平面 OA_1C .

又 $A_1C \subset$ 平面 OA_1C , 故 $AB \perp A_1C$.

(2) 解: 由题设知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AA_1B$ 都是边长为 2 的等边三角形,

所以 $OC=OA_1=\sqrt{3}$.

又 $A_1C=\sqrt{6}$, 则 $A_1C^2=OC^2+OA_1^2$,

故 $OA_1 \perp OC$.

因为 $OC \cap AB = O$, 所以 $OA_1 \perp$ 平面 ABC , OA_1 为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高.

又 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, 故三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积 $V = S_{\triangle ABC} \times OA_1 = 3$.

23 【解析】: 圆心 $C(0, 4)$, $r=2$, 直线 l 与圆 C 相切, 所以圆心到直线的距离 $d=r$

$$d = \frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}} = 2 \quad \text{解得 } a = -\frac{3}{4}$$

$$(2) \because |AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} \therefore 2\sqrt{2} = 2\sqrt{4 - d^2} \therefore d = \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}} = \sqrt{2}, a^2 + 8a + 7 = 0, \therefore a = -1 \text{ 或 } a = -7$$

直线方程为 $x-y+2=0$ 或 $7x-y+14=0$

24. 【解析】(1) $\because f(x) = (x^2 + x + 1) \cdot e^x$, 定义域 $\mathbb{R}$

$$f'(x) = (x^2 + 3x + 2) \cdot e^x = (x+1)(x+2) \cdot e^x$$

令 $f'(x) > 0$, 得 $x < -2$ 或 $x > -1$

令 $f'(x) < 0$, 得 $-2 < x < -1$

∴ 函数的单调增区间为 $(-\infty, -2)$, $(-1, +\infty)$, 函数的单调减区间为 $(-2, -1)$

(2) 由题得: $\because f(x) = (x^2 + ax + a) \cdot e^x, a \leq 2$

$$\therefore f'(x) = [x^2 + (2+a)x + 2a] \cdot e^x = (x+2)(x+a)e^x$$

令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = -2, x_2 = -a$

$\because a \leq 2$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上递增, 在 $(-2, -a)$ 上递减

$\therefore f(x)$ 在 $x = -2$ 时取极大值为 $(4-a) \cdot e^{-2}$, $\because a \leq 4 - 3e^2$,

所以存在实数 a , 使 $f(x)$ 的极大值为 3, a 的值为 $4 - 3e^2$