

2019 年福建省高等职业教育入学考试第二次质量检查

数学试卷

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 成绩_____

(面向普高考生)

样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的标准差

锥体体积公式

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$$

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

其中 $\bar{x}$ 为样本平均数

其中 S 为底面面积, h 为高

柱体体积公式

球的表面积、体积公式

$$V = Sh$$

$$S = 4\pi R^2, V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 S 为底面面积, h 为高.

其中 R 为球的半径

第 I 卷 (选择题 共 70 分)

一. 单项选择题 (本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 共 70 分. 在每小题给出的四个备选答案中, 选出一个正确答案, 并将答题卡上对应题目的答案标号涂黑)

1. 设集合 $A = \{2, 3, 5, 8\}$, $B = \{3, 5, 7\}$ 则集合 $A \cup B = ()$

A. $\{2, 3, 5, 7, 8\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{5\}$ D. $\{2, 8, 7, 9\}$

2. 在复平面内, 复数 $z = \frac{1+i}{i}$ (i 是虚数单位) 对应的点位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 函数 $y = \lg(2x-1)$ 的定义域是 ()

A. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(-\infty, \frac{1}{2})$ D. $(-\infty, \frac{1}{2}]$

4. 化简 $\tan 420^\circ$ 的值是 ()

A. $-\sqrt{3}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. -1

5. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (-3, 4)$, 则 $2\vec{a} + \vec{b}$ 的模是 ()

A. $\sqrt{26}$ B. (1, 5) C. $\sqrt{37}$ D. (1, 6)

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为 $s_n = 2^n$, 则 a_5 的值是 ()

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

7. $\sin 42^\circ \cos 78^\circ + \cos 42^\circ \cos 12^\circ$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

8. 直线 $x - y + 1 = 0$ 的倾斜角是 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 45^\circ$, $C = 75^\circ$, $a = 1$, 则 $b =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

10. 不等式 $2x^2 + x - 3 > 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x | -\frac{1}{2} < x < 1\}$ B. $\{x | -1 < x < \frac{1}{2}\}$ C. $\{x | x > \frac{3}{2} \text{ 或 } x < -1\}$ D. $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < -\frac{3}{2}\}$

11. 设 m 、 n 是两条不同的直线, α 、 β 是两个不重合的平面, 则下列命题中的真命题是 ()

- A. 若 $m \perp \beta$, $m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$ B. 若 $m \subset \alpha$, $n \subset \alpha$, $m \parallel \beta$, $n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $m \subset \beta$, $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \alpha$ D. 若 $m \parallel \alpha$, $n \parallel \beta$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$

12. 设 x_1 , x_2 , 常数 $a > 0$, 定义运算 “ $*$ ”: $x_1 * x_2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$, 若 $x \geq 0$, 则动点

$P(x, \sqrt{x * a})$ 的轨迹是 ()

- A. 圆 B. 椭圆的一部分 C. 双曲线的一部分 D. 抛物线的一部分

13. 方程 $\ln x = 5 - 2^x$ 的根 $x \in (k, k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$, 则 $k =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 若某人在点 A 测得金字塔顶端仰角为 30° , 此人往金字塔方向走了 $80\sqrt{3}$ 米到达点 B, 测得金字塔顶端的仰角为 60° , 则金字塔的高度最接近于 (忽略人的身高) ()

- A. 120 米 B. $120\sqrt{3}$ 米 C. 60 米 D. $60\sqrt{3}$ 米

第II卷（非选择题 共80分）

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡的相应位置上）

15. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \leq 2 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ ，则 $Z = 2x + y$ 的最大值为_____.

16. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率为_____.

17. 长、宽、高分别为3,4,5的长方体，沿相邻面对角线截取一个三棱锥（如图），

则这个三棱锥的外接球的半径 $R =$ _____.

18. 已知 $a, b \in \mathbb{R}^+$, $a \neq b$, 且 $a + b = 2$, 则 $ab, \frac{a^2 + b^2}{2}, 1$ 三者中最大的是_____.

三、解答题（本大题共6小题，共60分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. （本小题满分8分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1, a_5 = 9$

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\{a_n\}$ 前 k 项和 $S_k = 36$ ，求 k 的值。

20. （本小题满分8分）

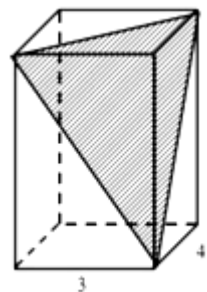
已知 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 三内角，其对边分别为 a, b, c ，若 $\cos B \cos C - \sin B \sin C = \frac{1}{2}$.

（1）求 A ；（2）若 $b = c = 2$ ，求边 a 。

21. （本小题满分10分）

已知集合 $A = \{-4, -2, 0, 1, 3\}$ ，在平面直角坐标系中，点 (x, y) 的坐标 $x \in A, y \in A$.

求：（1）点 (x, y) 正好在第二象限的概率；（2）点 (x, y) 不在坐标轴上的概率。

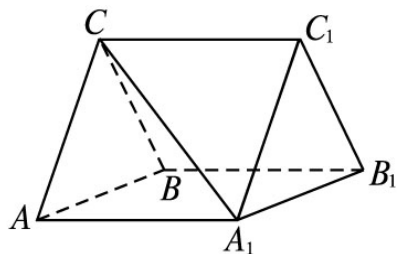


22. (本小题满分 10 分)

如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB$, $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$.

(1) 证明: $AB \perp A_1C$;

(2) 若 $AB=CB=2$, $A_1C=\sqrt{6}$, 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积.



23. (本小题满分 12 分)

已知, 圆 $C: x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$, 直线 $l: ax + y + 2a = 0$

(1) 当 a 为何值时, 直线 l 与圆 C 相切;

(2) 当直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 且 $AB=2\sqrt{2}$ 时, 求直线 l 的方程.

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 + ax + a)e^x (a \leq 2, x \in \mathbb{R})$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 是否存在实数 a , 使 $f(x)$ 的极大值为 3? 若存在, 求出 a 的值, 若不存在, 请说明理由.