

第六编 概率统计

第十三章 概率

第一节 古典概型 (第 79 页)

真题重现

(2016) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$.

(I) 求 $A \cup B$;

(II) 从 $A \cup B$ 所含的元素中随机抽取两个不同的元素, 求这两个元素都是奇数的概率.

分析 第一问注意集合的元素不能重复出现; 第二问从 $A \cup B$ 所含的元素中随机抽取两个不同的元素一个个列出来, 注意按顺序, 共有 10 种, 从这 10 中选出两个数都是奇数的情况.

解: (I) 根据集合并运算得 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

(II) $A \cup B$ 所含的元素中随机抽取两个不同的元素有 10 种, 即 1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; 2, 3; 2, 4; 2, 5; 3, 4; 3, 5; 4, 5, 其中两个元素都是奇数的有 1, 3; 1, 5; 3, 5 三种, 所以两个元素都是奇数的概率为 $\frac{3}{10}$

考点 集合的并运算, 古典概型

典例解析

例 1

练习 有 3 个不同的社团, 甲、乙两名同学各自参加其中 1 个社团, 每位同学参加各个社团的可能性相同, 则这两位同学参加同一个社团的概率为 ()

A、 $\frac{1}{3}$ B、 $\frac{1}{2}$ C、 $\frac{2}{3}$ D、 $\frac{3}{4}$

【答案】A

解析 记 3 个社团分别为 A、B、C, 依题意得, 甲、乙两位同学参加社团的所有可能的情况有 9 种, 分别为 (A, A), (A, B), (A, C), (B, A), (B, B), (B, C), (C, A), (C, B), (C, C), 而两位同学参加同一个社团的种数为 3, 故所求概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, 故选 A.

考点 古典概率

例 2

练习 下面茎叶图表示的是甲、乙两人在 5 次综合测评中的成绩, 其中一个数字被污损, 则甲的平均成绩超过乙的平均成绩的概率为 ()

甲				乙		
9	8			8	3	3
2	1	0		9	9	

- A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【答案】D

解析 由茎叶图可以计算出甲的平均成绩为 $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{89+88+90+91+92}{5} = 90$ ，由于被污损的数字只能是 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 共 10 个中的一个，经计算当被污损的数字是 0,1,2,3,4,5,6,7 这 8 个时甲的平均成绩超过乙的平均成绩，因此所求的概率是 $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ ，故选 D.

考点 1、茎叶图；2、平均数；3、古典概型.

例 3

练习 1. 从 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 和 $B = \{5, 6, 7, 8\}$ 中各取一个数，则这两数之积为偶数的概率是_____.

【答案】 $\frac{3}{4}$

解析 这属于古典概型，首先求出从两个集合中各取一个数和的取法总数为 $4 \times 4 = 16$ ，而两数之积为偶数可从反而入手，两数之积为奇数的取法数为 $2 \times 2 = 4$ ，因此为偶数的取法数为 12，从而所求概率为 $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

考点 古典概型.

练习 2. 有五条线段长度分别为 1,3,5,7,9，从这 5 条线段中任取 3 条，则所取 3 条线段能构成一个三角形的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{7}{10}$

【答案】B

解析 从五条线段长度分别为 1, 3, 5, 7, 9 的线段中任取 3 条有 (1, 3, 5), (1, 3, 7), (1, 3, 9), (1, 5, 7), (1, 5, 9), (1, 7, 9), (3, 5, 7), (3, 5, 9), (3, 7, 9), (5, 7, 9)，其中 (3, 5, 7), (3, 7, 9), (5, 7, 9) 能构成三角形， $\therefore$ 所取 3 条线段能构成一个三角形的概率为 $\frac{3}{10}$

考点 本题考查了古典概型的求法

同步练习 (第 61 页)

第一节 古典概型

1. 【答案】B

解析 因为红灯持续时间为 40 秒, 所以这名行人至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为 $\frac{40-15}{40} = \frac{5}{8}$,

故选 B.

考点 几何概型

2. 【答案】B

解析 从 1, 2, 3, 4 中任取 2 个不同的数, 共有 (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4) 6 种不同的结果, 取出的 2 个数之差的绝对值为 2 有 (1, 3), (2, 4) 2 种结果, 概率为 $\frac{1}{3}$.

考点 古典概型

3. 【答案】A

解析 $\because$ 从标注数字 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球中随机取出 2 个小球共有 $C_5^2 = 10$ 种不同的情况, 其中取出的小球标注的数字之和为 3 的情况有 1 种情况, $\therefore$ 取出的小球标注的数字之和为 3 的概率是 $\frac{1}{10}$,

故选 A

考点 古典概型的运用

4. 【答案】A

解析 若以连续掷两次骰子分别得到的点数 m, n 作为点 P 的坐标, 其所有的结果为:

(1,1)(1,2),(1,3)(1,4)(1,5),(1,6)
(2,1)(2,2),(2,3)(2,4)(2,5),(2,6)
(3,1)(3,2),(3,3)(3,4)(3,5),(3,6)
(4,1)(4,2),(4,3)(4,4)(4,5),(4,6)
(5,1)(5,2),(5,3)(5,4)(5,5),(5,6)
(6,1)(6,2),(6,3)(6,4)(6,5),(6,6),

共 36 种, 满点 P 落在圆 $x^2 + y^2 = 16$ 内的有 (1,1)、(1,2)、(1,3)、(2,1)、(2,2)、(2,3)、(3,1)、(3,2) 共 8 种,

所有其概率为 $P = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

考点 古典概型。

5. 【答案】B

解析 由题意知本题是一个等可能事件的概率,

从 5 条线中任取 3 条不同取法有 10 种取出的 3 条线段能组成三角形的有 2, 3, 4; 3, 4, 5; 2, 4, 5 三种, 其中能够组成钝角三角形的有 2 种结果, $\therefore$ 满足条件的概率是 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

考点 古典概型

6. 【答案】 $\frac{1}{6}$

解析 从 2, 3, 8, 9 中任取两个数记为 a, b , 作为对数的底数与真数, 共有 12 个不同的基本事件, 其中为整数的只有 $\log_2 8, \log_3 9$ 两个基本事件, 所以所求概率 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

考点 古典概型

7. 【答案】 $\frac{4}{9}$

解析 “心有灵犀” 数有 $a=b$ 或 $\{1,2\}, \{2,3\}, \{3,4\}, \{4,5\}, \{5,6\}$, 则他们 “心有灵犀” 的概率为 $P = \frac{6 \times 1 + 10}{6 \times 6} = \frac{4}{9}$.

考点 古典概型.

8. 【答案】 $\frac{2}{5}$

解析 从 5 个球中同时选取 2 个球的基本事件总数有 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}$, 共 10 个. 记 “两个球上的数字为相邻整数” 为事件 A, 则事件 A 中含有 4 个基本事件: $\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}$. 所以 $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

考点 古典概型

9. 分析 (1) 一一列举即可得到所有的种数; (2) 找到选出的 2 人性别相同的所有可能结果, 根据概率公式计算即可

解: (1) 从 6 名学生中随机选出 2 人参加知识竞赛的所有可能结果为 $\{A, B\}, \{A, C\},$

$\{A, X\}, \{A, Y\}, \{A, Z\}, \{B, C\}, \{B, X\}, \{B, Y\}, \{B, Z\}, \{C, X\}, \{C, Y\}, \{C, Z\}, \{X, Y\}, \{X, Z\},$
 $\{Y, Z\}$ 共 15 种.

(2) 选出的 2 人性别相同的所有可能结果为 $\{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{X, Y\}, \{X, Z\}, \{Y, Z\}$ 共 6 种.

因此事件 M 发生的概率为 $P(M) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

考点 列举法计算基本事件数及事件发生的概率

10. 分析 第一问计算古典概型所包含基本事件总数的方法: (1) 树形图; (2) 列表法; (3) 也可以

用坐标系中的点表示求基本事件的总数。第二问 $P(x_0, y_0)$ 满足 $x_0^2 + y_0^2 > 25$

解：(1)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

由上表格可知 $x + y = 7$ 有 6 个，一共有 36 数据

所以 P 点在直线 $x + y = 7$ 上的概率为 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

(2) 在圆内的点 P 有 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)$ 上述共有 15 个点，在圆内或圆外共有 36 个点坐标。所以点 P 在圆 $x^2 + y^2 = 25$ 外的概率为 $1 - \frac{15}{36} = \frac{7}{12}$

考点 古典概型

第六编 概率统计

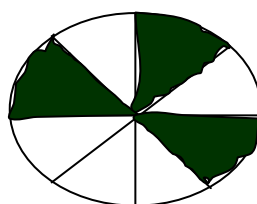
第十三章 概率

第二节 几何概型 (第 80 页)

真题重现

(2014) 在如图所示的图形上随机撒一粒黄豆，则它落在阴影部分的概率是 (C)

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

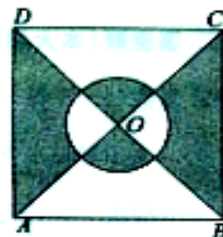


解析 $P = \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{圆}}} = \frac{3}{8}$

考点 几何概型—面积型

(2015) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，以对角线 AC 和 BD 的交点 O 为圆心作圆 O ，若在正方形 $ABCD$ 内随机取一个点，则此点取自于阴影部分的概率为 (C)

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$



解析 $P = \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{圆}}} = \frac{1}{2}$

考点 几何概型—面积型

(2016) 在区间 $[-2, 1]$ 上随机抽取一个数 x ，则事件 “ $x \geq 0$ ” 的概率为 $\frac{1}{3}$ 。

解析 $x \geq 0$ 区间为 $[0, 1]$ ，长度为 1。

考点 几何概型—长度型

典例解析

例 1

练习 1. 欧阳修《卖油翁》中写到：(翁)乃取一葫芦置于地，以钱覆其口，徐以杓酌油沥之，自钱入孔入，而钱不湿，可见“行行出状元”，卖油翁的技艺让人叹为观止，若铜钱是直径为 2cm 的圆，中间有边长为 0.5cm 的正方形孔，若你随机向铜钱上滴一滴油，则油（油滴的大小忽略不计）正好落入孔中的概率为_____。

【答案】 $\frac{1}{4\pi}$

解析 由题意得，所求概率为 $P = \frac{(\frac{1}{2})^2}{\pi} = \frac{1}{4\pi}$ ，

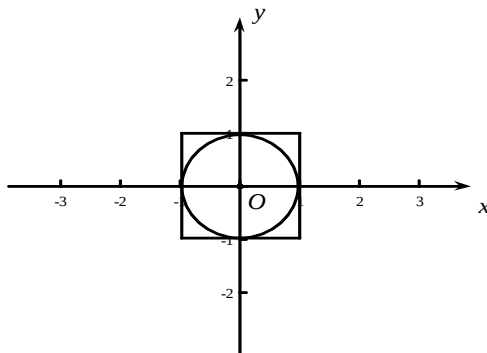
考点 本题主要考查几何概型。

练习 2. 在区间 $[-1, 1]$ 上任取两数 x 和 y ，组成有序实数对 (x, y) ，记事件 A 为 “ $x^2 + y^2 < 1$ ”，则 $P(A)$ 为 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 3π

【答案】 A

解析 这是一个有关几何概型的概率问题，其中基本事件的总数所对应的区域面积是 $2 \times 2 = 4$ ，而符合条件的事件所对应的区域面积是单位圆的面积，如图所示：则所求的概率为 $P = \frac{\pi}{4}$ 。



考点 几何概型.

例 2

练习 1. 在区间 $(0,5)$ 内任取一数, 则满足条件 $\frac{x-1}{x-3} < 0$ 的概率为_____.

【答案】 $\frac{2}{5}$

解析 解不等式 $\frac{x-1}{x-3} < 0$ 可得 $1 < x < 3$ 所以所求的概率为 $p = \frac{3-1}{5-0} = \frac{2}{5}$, 故答案填 $\frac{2}{5}$.

考点 几何概型.

练习 2. 在区间 $[1,2]$ 上随机取一个数 r , 则使得圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 与直线 $x + y + 2 = 0$ 存在公共点的概率为_____.

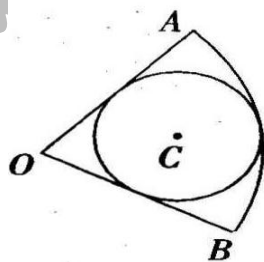
【答案】 $2 - \sqrt{2}$

解析 直线与圆有公共点, 则 $\frac{2}{\sqrt{2}} \leq r, \therefore r \geq \sqrt{2}$, 故所求事件概率为 $\frac{2-\sqrt{2}}{2-1} = 2 - \sqrt{2}$.

考点 几何概型

例 3

练习 如图, 圆 C 内切于扇形 AOB , $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$, 若向扇形 AOB 内随机投掷 600 个点, 则落入圆内的点的个数估计值为 ()

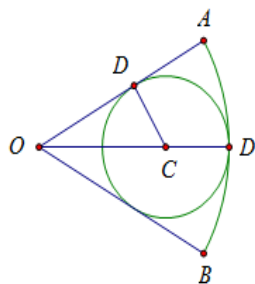


A. 100 B. 200 C. 400 D. 450

【答案】 C

解析 如下图所示, 设扇形半径为 R , 圆 C 半径为 r , $\therefore R = r + 2r = 3r$,

$\therefore$ 落入圆内的点的个数估计值为 $600 \cdot \frac{\pi r^2}{\frac{1}{6} \pi (3r)^2} = 400$, 故选 C.



考点 本题考查几何概型.

同步练习 (第 62 页)

第二节 几何概型

1. 【答案】A

解析 根据已知中 A 是圆上固定的一点, 在圆上其他位置任取一点 B , 连接 A, B 两点, 它是一条弦, 我们求出 B 点位置所有基本事件对应的弧长, 及满足条件 AB 长大于半径的基本事件对应的弧长, 代入几何概型概率计算公式, 即可得到答案. 在圆上其他位置任取一点 B , 设圆半径为 R , 则 B 点位置所有情况对应的弧长为圆的周长 $2\pi R$, 其中满足条件 AB 的长度大于等于半径长度的对应的弧长为 $\frac{2}{3} \cdot 2\pi R$,

则 AB 弦的长度大于等于半径长度的概率 $P = \frac{\frac{2}{3} \cdot 2\pi R}{2\pi R} = \frac{2}{3}$.

考点 几何概型.

2. 【答案】C

解析 直线与圆相交, 则圆心到直线的距离小于半径, 即 $d = \frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}} < 1, 3k^2 < 1, -\frac{\sqrt{3}}{3} < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$, 故

概率为 $\frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

考点 1. 几何概型; 2. 直线与圆的位置关系.

3. 【答案】A

解析 $Q 0 \leq \log_2 x \leq 2 \therefore 1 \leq x \leq 4 \therefore p = \frac{4-1}{6-0} = \frac{1}{2}$

考点 几何概型

4. 【答案】C

解析 由 $0 \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$ 且 $x \in [0, \pi]$ 可得

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 或 } \frac{5\pi}{6} \leq x \leq \pi, \text{ 则使 } \sin x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$$

$$\text{的概率为 } P = \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}}{\pi} = \frac{1}{3}.$$

考点 几何概型中某事件的概率.

5. 【答案】A

解析 由题意 $C(1, 2)$, $D(-2, 2)$, $A(-2, 0)$, $S_{ABCD} = 3 \times 2 = 6$, 阴影部分面积 $S' = \frac{1}{2} \times 3 \times 1$,

空白部分面积为 $6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$, 所求概率为

$$P = \frac{\frac{9}{2}}{6} = \frac{3}{4}.$$

考点 几何概型.

6. 【答案】 $\frac{13}{16}$

解析 矩形的面积为 $1 \times 2 = 2$, 直线 $6x + 2y - 7 = 0$ 与直线 $y = 2$ 的交点为 $(\frac{1}{2}, 2)$, 与直线 $x = 1$ 的交

点为 $(1, \frac{1}{2})$, 因此阴影部分面积为 $S' = 2 - \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{2}) \times (2 - \frac{1}{2}) = \frac{13}{8}$, 所求概率为 $P = \frac{\frac{13}{8}}{2} = \frac{13}{16}$.

考点 几何概型.

7. 【答案】 $\frac{1}{3}$

解析 由几何概型得: $p = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$.

考点 几何概型.

8. 【答案】9

解析 在区间 $[-4, 4]$ 上随机地取一个数 x , 则 $-4 \leq x \leq 4$, 由 $x^2 \leq m$ 得 $-\sqrt{m} \leq x \leq \sqrt{m}$, 若 x 满足

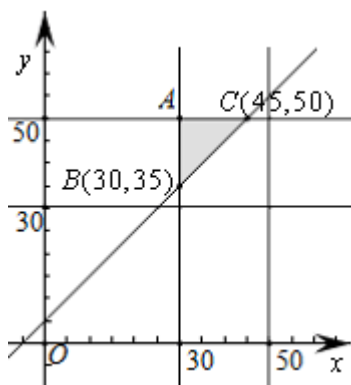
$x^2 \leq m$ 的概率为 $\frac{3}{4}$,

$$\text{即 } \frac{\sqrt{m} + \sqrt{m}}{4 + 4} = \frac{3}{4} \therefore m = 9$$

考点 几何概型

9. 【答案】 $\frac{9}{32}$

解析 设小张到校的时间为 x ，小王到校的时间为 y ， (x, y) 可以看成平面中的点试验的全部结果所构成的区域为 $\Omega = \{(x, y) | 30 \leq x \leq 50, 30 \leq y \leq 50\}$ 是一个矩形区域，对应的面积为 $S = 20 \times 20 = 400$ ，则小张比小王至少早 5 分钟到校事件 $A = \{(x, y) | y - x \geq 5\}$ 。作出符合题意的区域为图中 $\triangle ABC$ 的面积。因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 15 \times 15$ ，所以由几何概型可知小张比小王至少早 5 分钟到校的概率为 $\frac{\frac{1}{2} \times 15 \times 15}{20 \times 20} = \frac{9}{32}$ 。



考点 几何概型

10. **分析** (1) 首先求出集合 M 内的点形成的区域面积，从而利用几何概型概率公式求解；(2) 首先求到直线 $y = -x$ 距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的点组成的直线，由此画出形成的区域用阴影表示，然后用阴影面积除以总面积即可。

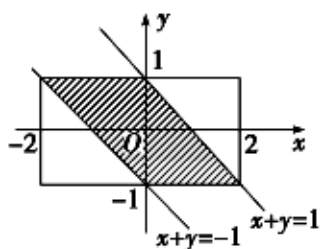
解：(1) 集合 M 内的点形成的区域面积 $S = 8$ 。

因 $x^2 + y^2 = 1$ 的面积 $S_1 = \pi$ ，

故所求概率为 $P_1 = \frac{S_1}{S} = \frac{\pi}{8}$ 。

(2) 由题意 $\frac{|x+y|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，即 $-1 \leq x+y \leq 1$ ，形成的区域如图中阴影部分所示，面积 $S_2 = 4$ ，

所求概率为 $P_2 = \frac{S_2}{S} = \frac{1}{2}$ 。



考点 几何概型.

第六编 概率统计

第十四章 统计

第一节 抽样方法 (第 82 页)

真题重现

(2014) 某志愿者服务队有男队员 48 人, 女队员 36 人, 为了解志愿者的工作情况, 用分层抽样的方法从全体队员中抽取一个容量为 21 的样本, 则抽取女队员的人数为 9。

解析 $\frac{36}{48+36} = \frac{x}{21}, \therefore x = 9$

考点 分层抽样。

(2015) 一支田径队有男运动员 28 人、女运动员 21 人, 先按性别用分层抽样的方法从全体运动员中 7 人进行常规检测, 则女运动员应该抽取的人数为 3。

解析 $\frac{21}{28+21} = \frac{x}{7}, \therefore x = 3$

考点 分层抽样

(2016) 某运动队有男队员 16 人, 女队员 8 人, 按男女比例用分层抽样的方法从该队所有队员中抽取一个容量为 6 的样本, 则应抽取的女队员人数为 (B)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

解析 $\frac{8}{8+16} = \frac{x}{6}, \therefore x = 2$

考点 分层抽样

典例解析

例 1

练习 1. 要完成下列两项调查: ①从某社区 125 户高收入家庭、200 户中等收入家庭、95 户低收入家庭

中选出100户，调查社会购买能力的某项指标；② 从某中学的5名艺术特长生中选出3名调查学习负担

情况，宜采用的方法依次为（ ）

- A. ①简单随机抽样调查，②系统抽样
- B. ①分层抽样，②简单随机抽样
- C. ①系统抽样，②分层抽样
- D. ①② 都用分层抽样

【答案】B

解析 社会购买力的某项指标，受到家庭收入的影响，而社区各个家庭收入差别明显，①采用分层抽样，而从某中学的5名艺术特长生，要从中选出3人调查学习负担情况的调查中个体之间差别不大，且总体和样本容量较小，所以②采用随机抽样法。

考点 抽样方法

练习 2. 为了解某地区的中小学生视力情况，拟从该地区的中小学生中抽取部分学生进行调查，事先已了解到该地区小学、初中、高中三个学段学生的视力情况有较大差异，而男女生视力情况差异不大，在下面的抽样方法中，最合理的抽样方法是（ ）

- A. 简单随机抽样
- B. 按性别分层抽样
- C. 按学段分层抽样
- D. 系统抽样

【答案】C

解析 根据各种抽样方法的使用条件，当总体是由差异明显的几部分组成时，适合采用分层抽样. 由题意可知学生的视力情况与其学段有关，所以适合按照学段进行分层抽样，故选 C.

考点 抽样方法

例 2

练习 1. 对于简单随机抽样，每个个体每次被抽到的机会都（ ）

- A. 相等
- B. 不相等
- C. 无法确定
- D. 没关系

【答案】A

解析 简单随机抽样是等概率抽样，每个个体被抽到的概率相等.

考点 简单随机抽样概念

练习 2. 一个总体中有 60 个个体，随机编号 0,1,2,⋯,59，依编号顺序平均分成 6 个小组，组号依次为

0,1,2,...,6. 现用系统抽样方法抽取一个容量为6的样本, 若在第1组随机抽取的号码为3, 则在第5组中抽取的号码是_____.

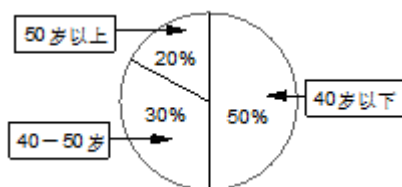
【答案】 43

解析 由题意得, 根据系统抽样的方法, 在第一组组中抽取的号码为3, 则在第五组中抽得号码为 $3+(5-1) \times 10 = 43$.

考点 系统抽样.

例 3

练习 1. 某单位 200 名职工的年龄分布情况如图示, 该单位为了了解职工每天的睡眠情况, 按年龄用分层抽样方法从中抽取 40 名职工进行调查. 则应从 40—50 岁的职工中抽取的人数为 ()



- A. 8 B. 12 C. 20 D. 30

【答案】 B

解析 应从 40—50 岁的职工中抽取的人数为 $40 \times 30\% = 12$, 故选 B.

考点 分层抽样.

练习 2. 某单位有老年人 27 人, 中年人 54 人, 青年人 81 人, 为了调查他们的身体状况的某项指标, 需从他们中间抽取一个容量为 42 的样本, 则老年人、中年人、青年人分别应抽取的人数是 ()

- A. 7,11,18 B. 6,12,18
C. 6,13,17 D. 7,14,21

【答案】 D

解析 由题意, 老年人、中年人、青年人比例为 1:2:3. 由分层抽样的规则知, 老年人应抽取的人数为 $\frac{1}{6} \times 42 = 7$, 中年人应抽取的人数为 $\frac{2}{6} \times 42 = 14$ 人, 青年人应抽取的人数为 $\frac{3}{6} \times 42 = 21$ 人.

考点 分层抽样

同步练习（第 63 页）

第一节 抽样方法

1. 【答案】D

2. 【答案】B

3. 【答案】C

4. 【答案】A

5. 【答案】B

解析 社会购买力的某项指标，受到家庭收入的影响，而社区各个家庭收入差别明显，①采用分层抽样，而从某中学的 5 名艺术特长生，要从中选出 3 人调查学习负担情况的调查中个体之间差别不大，且总体和样本容量较小，所以②采用随机抽样法。

考点 三类抽样区别与联系

6. 【答案】176

解析 根据随机数表进行简单随机抽样的方法得，抽取的第一个号码为 088， $\therefore$ 第二个号码为 176。

考点 简单随机抽样。

7. 【答案】15

解析 根据系统抽样的特点可知抽取的 4 名学生的编号依次成等差数列，故穷举可知剩余一名学生的编号是 15

考点 系统抽样。

8. 【答案】60

解析 从一年级本科生抽取

$$300 \times \frac{4}{4+5+5+6} = 60 \text{ (人)}.$$

考点 分层抽样。

9. 解：因为 $60:12000=1:200$ ，所以 $\frac{2400}{200}=12$ ，

$$\frac{4600}{200}=23, \frac{3800}{200}=19, \frac{1200}{200}=6, \text{ 故从东城区中}$$

抽取 12，从西城区中抽取 23 人，从南城区中抽

取 19 人，从北城区中抽取 6 人。

考点 分层抽样

10. 解：（1）根据题意因为有相同的间隔，符合系统抽样的特点，所以交警小李对进站休息的驾驶人员的省籍询问采用的是系统抽样方法。

(2) 从图中可知, 被询问了省籍的驾驶人员广西籍的有: $5+20+25+20+30=100$ 人,

$$\frac{5}{100} = \frac{x}{40}, \text{ 解得 } x=2, \text{ 即四川籍的应抽取 } 2 \text{ 名。}$$

乡过年的摩托车驾驶人有一个停车休息的场所。交警小李在某休息站连续5天对进站休息的驾驶

考点 系统抽样

第六编 概率统计

第十四章 统计

第二节 用样本的数字特征估计总体 (第 84 页)

真题重现

(2015) 右图是某公司 5 个销售点某月销售某机器的数量 (单位: 台) 的茎叶图,

2	4	6	
3	2	3	5

(I) 求该公司 5 个销售点当月销售这种机器的平均台数;

(II) 该公司为提高销售业绩, 从 5 个销售点中随机抽取 2 个进行分析, 求抽到的 2 个销售点当月销量均高于平均数的概率。

分析 第一问 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$, 第二问列举出所有情况, 在从中挑选符合条件的情况, 从而可以求得概率。

解: (I) 由茎叶图知识知, 该公司 5 个销售点当月销售这种机器的平均台数:

$$\bar{x} = \frac{24+26+32+33+35}{5} = 30 \text{ (台)}.$$

(II) 从 24, 26, 32, 33, 35 中随机抽取 2 个, 所有可能情况有:

(24, 26), (24, 32), (24, 33), (24, 35), (26, 32), (26, 33), (26, 35), (32, 33), (32, 35), (33, 35) 共 10 种, 其中

抽到的 2 个销售点当月销量均高于平均数的情况有: (32, 33), (32, 35), (33, 35) 共 3 种, 故所求的概率

$$\text{为 } p = \frac{3}{10}.$$

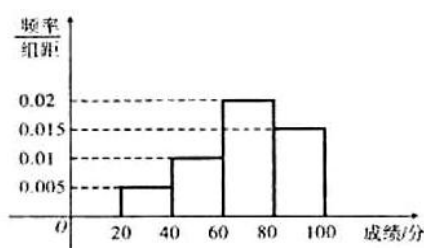
考点 茎叶图, 古典概率

典例解析

例 1

练习 1. 某学校组织学生参加数学测试, 成绩的频率

分布直方图如图, 数据的分组依次为 $[20,40)$, $[40,60)$, $[60,80)$, $[80,100]$, 若低于 60 分的人数是 15 人, 则该班的学生人数是 ()



- A. 45 B. 50 C. 55 D. 60

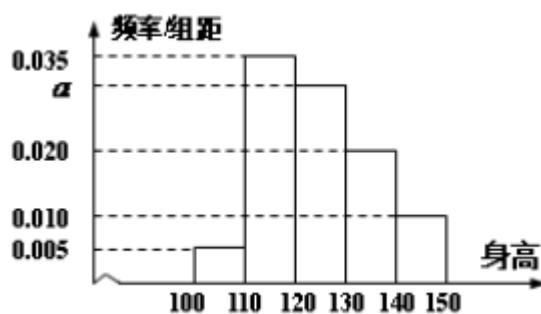
【答案】B

解析 低于 60 分的人数的频率为

$0.015 \times 20 = 0.3$, 则该班人数 $15 \div 0.3 = 50$ 人.

考点 频率分布直方图.

练习 2. 从某小学随机抽取 100 名同学, 将他们的身高 (单位: 厘米) 数据绘制成频率分布直方图, 由图中数据可知身高在 $[120,130]$ 内的学生人数为 ()



- A. 20 B. 25 C. 30 D. 35

【答案】C

解析 由图可知,

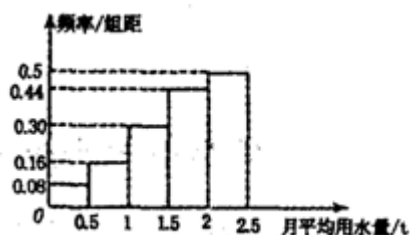
$(0.035 + a + 0.020 + 0.010 + 0.005) \times 10 = 1$, 解得 $a = 0.03$, 所以身高在 $[120,130]$ 内的学生人数在

样本中的频率为 $0.03 \times 10 = 0.3$, 所以身高 $[120,130]$ 内的学生人数为 $0.3 \times 100 = 30$.

考点 频率分布直方图的应用.

练习 3. 如图是我市某小区 100 户居民 2015 年月平均用水量 (单位: t) 的频率分布直方图的一部分,

则该小区 2015 年的月平均用水量的中位数的估计值为_____.



【答案】 2.02

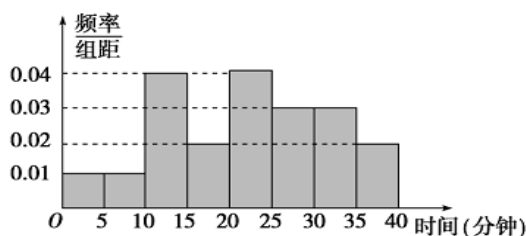
解析 由图可知，前五组的频率依次为：0.04,0.08,0.15,0.22,0.25，因此前五组的频数依次为：4,8,15,22,25由中位数的定义，应是第50个数与第51个数的算术平均数，而前四组的频数和： $4+8+15+22=49$ ，是第五组中第1个数与第二个数的算术平均数，中位数是

$$2 + (2.5 - 2) \times \frac{1}{25} = 2.02.$$

考点 频率分布直方图

例 2

练习 1. 某学校随机抽查了本校 20 个同学，调查他们平均每天在课外从事体育锻炼的时间（单位：分钟），根据所得数据的茎叶图，以 5 为组距将数据分为 8 组，分别是 $[0,5)$, $[5,10)$, $[10,15)$, $[15,20)$, $[20,25)$, $[25,30)$, $[30,35)$, $[35,40]$ ，作出频率分布直方图如图所示，则原始的茎叶图可能是（ ）



A.

0	7 6
1	7 6 5 4 4 0
2	7 5 5 4 2 1 0
3	9 5 3 2 0

B.

0	7 4
1	7 6 4 4 1 0
2	7 5 5 4 2 1 0
3	9 5 3 2 0

C.

0	7 4
1	7 7 4 4 4 0
2	7 5 5 5 2 1 0
3	9 5 3 2 0

D.

0	7 4
1	7 6 4 4 4 0
2	8 7 6 5 2 1 0
3	9 5 5 2 0

【答案】 B

解析 一共有 20 个数据，结合频率分布直方图可知，从左往右各组的频数分别为：1,1,4,2,4,3,3,2，

所以0到10有2人, 10到20有6人, 20到30有7人, 30到40有5人.

考点 1、频率分布直方图; 2、茎叶图.

练习 2. 如图是某青年歌手大奖赛上七位评委为甲、乙两名选手打出的分数的茎叶图 (其中 m 为数字 0~9 中的一个), 去掉一个最高分和一个最低分后, 甲、乙两名选手得分的平均数分别为 a_1, a_2 , 则 a_1, a_2 的大小关系是_____

(填 $a_1 > a_2$, $a_2 > a_1$, $a_1 = a_2$).

甲					乙					
				0	7				9	
5	4	5	5	1	8	4	4	6	4	7
				m	9					3

【答案】 $a_2 > a_1$

解析 由题意可知, $a_1 = \frac{81+85 \times 3+84}{5} = 84$,

$a_2 = \frac{84 \times 3+86+87}{5} = 85$, 所以 $a_2 > a_1$.

考点 1. 茎叶图; 2. 平均数.

例 3

练习 1. 某人5次上班途中所花的时间(单位: 分钟) 分别为 $x, y, 10, 11, 9$, 已知这组数据的平均数为10, 方差为2, 则 $|x-y|$ 的值为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 D

解析 因为这组数据的平均数为10, 方差为2, 所以可得 $x+y=20, (x-10)^2+(y-10)^2=8$, 解得

$\begin{cases} x=12 \\ y=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=8 \\ y=12 \end{cases}$, 因此 $|x-y|$ 的值为4.

考点 样本数据的平均数; 样本数据的方差.

练习 2. 若样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的标准差为2, 则数据 $2x_1-1, 2x_2-1, \dots, 2x_{10}-1$ 的标准差为 ()

A. 3 B. -3 C. 4 D. -4

【答案】 C

解析 $\because$ 样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的标准差为2, $\therefore$ 样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的方差为4, $\therefore$ 数据

$2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的方差为 $4 \times 4 = 16$, $\therefore$ 数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的标准差为 4.

考点 方差与标准差.

练习 3. 某公司将职员每月的工作业绩用 1~30 的自然数表示, 甲、乙两职员在 2010 年 1~8 月份的工作业绩的茎叶图如图, 则下列说法正确的是 ()

甲					乙				
8	5	2		1	4	5	7	9	
8	5	2	0	0	2	1	3	5	6

- A. 两职员的平均业绩相同, 甲职员的业绩比乙职员的业绩稳定
- B. 两职员的平均业绩不同, 甲职员的业绩比乙职员的业绩稳定
- C. 两职员的平均业绩相同, 乙职员的业绩比甲职员的业绩稳定
- D. 两职员的平均业绩不同, 乙职员的业绩比甲职员的业绩稳定

【答案】C

解析 由茎叶图可得:

$$\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{8}(12 + 15 + 18 + 20 + 20 + 22 + 25 + 28) = 20$$

$$\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{8}(14 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 26) = 20 \quad s^2_{\text{甲}} = \frac{1}{8}(8^2 + 5^2 + 2^2 + 0 + 0 + 2^2 + 5^2 + 8^2) = \frac{93}{4}$$

$$s^2_{\text{乙}} = \frac{1}{8}(6^2 + 5^2 + 3^2 + 1 + 1 + 3^2 + 5^2 + 6^2) = \frac{71}{4}$$

由平均数和方差可知, 两职员的平均业绩相同, 乙职员的业绩比甲职员的业绩稳定.

考点 茎叶图的读法及平均值及方差的含义.

同步练习 (第 65 页)

第二节 用样本的数字特征估计总体

1. **【答案】C**

解析 因为用样本估计总体分布的过程中, 估计是否准确与总体的数量大小无关, 只与样本容量在整体中占的比列有关, 所以, 样本容量越大, 估计越精确, 故选 C.

考点 样本估计总体的基本原理.

2. **【答案】D**

解析 易得 $a = 14.5, b = 15, c = 17$

考点 1、平均数; 2、中位数; 3、众数.

3. 【答案】A

解析 设看不清的数字为 x ，甲的平均成绩为 $\frac{99+100+101+102+103}{5}=101$ ，所以

$$\frac{93+94+97+110+(110+x)}{5} < 101, \quad x < 1,$$

所以 $x=0$.

考点 茎叶图.

4. 【答案】C

解析 $\because$ 甲、乙、丙、丁四人的平均环数乙和丙均为 8.8 环，最大，甲、乙、丙、丁四人的射击环数的方差中丙最小， $\therefore$ 丙的射击水平最高且成绩最稳定， $\therefore$ 从这四个人中选择一人参加该运动会射击项目比赛，最佳人选是丙.

考点 方差与标准差；众数、中位数、平均数

5.

【答案】20

解析 根据中位数的概念可知，中间的数据就是数据的中位数，所以数据的中位数为 20.

考点 中位数的概念.

6.

【答案】12

解析 由频率分布直方图 可估计样本重量的中位数在第二组，设中位数比 10 大 x ，由题意可得 $0.06 \times 5 + x \times 0.1 = 0.5$ ，得 $x=2$ ，所以中位数为 12.

考点 1、频率分布直方图；2、中位数的求法.

7. 分析 试题分析：(1) 根据频率分布直方图中矩形的面积表示频率得到第 3, 4, 5 组的频率乘以总体人数即得各组的人数，再根据分层抽样按各层在总体中所占比例抽取的原则乘以抽取的样本容量即得从第 3, 4, 5 组中分别抽取的人数；(2) 可记第 3 组的 3 名志愿者为 A_1, A_2, A_3 ，第 4 组的 2 名志愿者为 B_1, B_2 ，分别列举出从 5 人中任取 2 人的所有取法，找出抽出的两名志愿者中至少有一名来自第 4 的取法，作比即可所求的概率.

解：(1) 由频率直方图可知：第 3 组的人数为 $0.06 \times 5 \times 100 = 30$ ，第 4 组的人数为 $0.04 \times 5 \times 100 = 20$ ，

第 5 组的人数为 $0.02 \times 5 \times 100 = 10$ ，所以用分层抽样的方法在 60 名志愿者中抽取 6 名志愿者，每组抽

取的人数分别为：第 3 组： $6 \times \frac{30}{30+20+10} = 3$ ，

$$\text{第4组: } 6 \times \frac{20}{30+20+10} = 2,$$

$$\text{第5组: } 6 \times \frac{10}{30+20+10} = 1, \text{ 所以应从第3,4,5组中分别抽取3,2,1人.}$$

(2) 记第3组的3名志愿者为 A_1, A_2, A_3 , 第4组的2名志愿者为 B_1, B_2 .

则5名志愿者中抽取2名志愿者有: $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, A_3),$

$(A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (B_1, B_2)$, 共10种, 其中第4组的2名志愿者为 B_1, B_2 , 至少有一

名志愿者被抽中的有: $(A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (B_1, B_2)$ 共有7种. 所以第4组至少

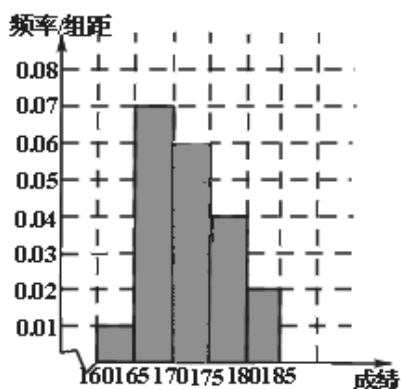
有一名志愿者被抽中的概率为 $\frac{7}{10}$.

考点 频率分布直方图、分层抽样及古典概型中某事件的概率.

8. **解:** (1) 由已知: $5+n+30+20+10=100$,

$$0.500+0.350+p+0.200+0.100=1.000,$$

$$\therefore n=35, p=0.300$$



(2) 由已知, 笔试成绩高的第3,4,5组的人数之比为3:2:1, 现用分层抽样的方法选6名学生. 故第3,4,5组每组各抽学生人数为3,2,1.

(3) 在(2)的前提下, 记第3组的3名学生为 c_1, c_2, c_3 , 第4组的2名学生为 d_1, d_2 , 第5组的1名学生为 e_1 , 且“第4组至少有1名学生被甲考官面试”为事件 A .

则所有的基本事件有: $(c_1, c_2), (c_1, c_3), (c_1, d_1), (c_1, d_2), (c_1, e_1), (c_2, c_3), (c_2, d_1), (c_2, d_2),$

$(c_2, e_1), (c_3, d_1), (c_3, d_2), (c_3, e_1), (d_1, d_2), (d_1, e_1), (d_2, e_1)$, 一共15种.

A 事件有: $(c_1, d_1), (c_1, d_2), (c_2, d_1), (c_2, d_2), (c_3, d_1), (c_3, d_2), (d_1, d_2), (d_1, e_1), (d_2, e_1),$

一共9种。

$$\therefore P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

答：第4组至少有1名学生被甲考官面试的概率为 $\frac{3}{5}$ 。

考点 频率分布表和频率分布直方图的特征；分层抽样；离散型随机事件的概率。

第六编 概率统计

第十四章 统计

第三节 线性回归（第86页）

典例解析

例1

练习1. 已知回归直线斜率的估计值是1.23, 样本平均数 $\bar{x} = 4$, $\bar{y} = 5$, 则该回归直线方程为 ()

【答案】B

A. $\hat{y} = 1.23x + 4$ B. $\hat{y} = 1.23x + 0.08$

C. $\hat{y} = 0.08x + 1.23$ D. $\hat{y} = 1.23x + 5$

解析 由已知, 样本回归点为 $(4, 5)$, 设 $\hat{y} = 1.23x + b$, 则 $5 = 1.23 \times 4 + b$, $b = 0.08$, 所以该回归直线方程为 $\hat{y} = 1.23x + 0.08$, 故选 B.

考点 线性回归直线方程.

练习2. 为了解某社区居民的家庭年收入与年支出的关系, 随机调查了该社区5户家庭, 得到如下统计数据表:

收入 x (万元)	8.2	8.6	10.0	11.3	11.9
支出 y (万元)	6.2	7.5	8.0	8.5	9.8

根据上表可得回归直线方程 $\hat{y} = a + 0.76x$, 据此估计, 该社区一户收入为15万元家庭年支出为 () 万元

A. 11.4 B. 11.8 C. 12.0 D. 12.2

【答案】B

解析 因为 $\hat{y} = a + 0.76x$ 过点 $(\bar{x}, \bar{y}) = (10, 8)$, 所以 $a = 0.4$, 因此当 $x = 15$ 时, $\hat{y} = 11.8$

考点 回归直线方程

例 2

练习 下列五个命题

①任何两个变量都具有相关关系；②圆的周长与该圆的半径具有相关关系；③某商品的需求量与该商品的价格是一种非确定性关系；④根据散点图求得的回归直线方程可能是没有意义的⑤两个变量间的相关关系可以通过回归直线，把非确定性问题转化为确定性问题进行研究

正确命题的序号为_____.

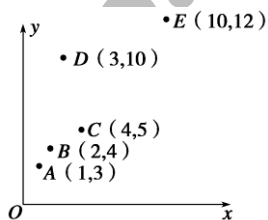
【答案】③④⑤

解析 ①任何两个变量不一定具有相关关系，故①错；②圆的周长与该圆的半径是函数关系，而不是具有相关关系，故②错；③某商品的需求量与该商品的价格是一种非确定性关系，故③正确；④根据散点图求得的回归直线方程可能是没有意义的故④正确；⑤两个变量间的相关关系可以通过回归直线，把非确定性问题转化为确定性问题进行研究，故⑤正确.

考点 相关关系和回归分析

例 3

练习 1. 如图，5 个 (x, y) 数据，去掉 $D(3, 10)$ 后，下列说法错误的是 ()



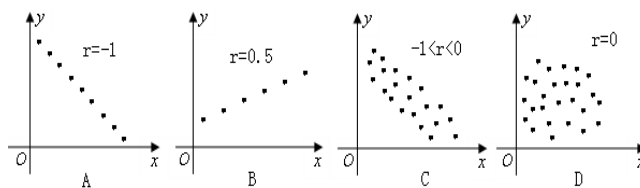
- A. 相关系数 r 变大
- B. 残差平方和变大
- C. R^2 变大
- D. 解释变量 x 与预报变量 y 的相关性变强

【答案】B

解析 由散点图，知去掉 $D(3, 10)$ 后， y 与 x 的线性相关加强，且为正相关，所以 r 变大， R^2 变大，残差平方和变小，故选 B

考点 散点图.

练习 2. 下面的各图中，散点图与相关系数 r 不符合的是 ()



【答案】B

解析 变量 x, y 的散点图是一条斜率小于 0 的直线, 所以相关系数 $r = -1$, 所以 A 正确; 变量 x, y 的散点图是一条斜率大于 0 的直线, 所以相关系数 $r = 1$, 所以 B 错误; 变量 x, y 的散点图从左到右是向下的带状分布, 所以相关系数 $-1 < r < 0$, 所以 C 正确; 变量 x, y 的散点图中, x, y 之间的样本相关关系非常不明显, 所以相关系数 r 最接近 0, D 正确.

考点 散点图

同步练习 (第 67 页)

第三节 线性回归

1. 【答案】B

解析 由表中数据计算得 $\bar{x} = 7, \bar{y} = 5.5$, 将 $(\bar{x}, \bar{y})$ 即 $(7, 5.5)$ 代入 $\hat{y} = \frac{4}{5}x + \hat{a}$, 得 $\hat{a} = -\frac{1}{10}$, 所以回归

直线方程为 $\hat{y} = \frac{4}{5}x - \frac{1}{10}$, 将 $x = 12$ 代入得, $\hat{y} = 9.5$, 故选 B.

考点 线性回归分析.

2. 【答案】B

解析 $\because$ 两个变量的散点图, 若样本点成带状分布, 则两个变量具有线性相关关系, $\therefore$ 两个变量具有线性相关关系的图是①和④.

考点 变量间的相关关系

3. 【答案】A

解析 $\frac{3+4+5+6}{4} = 4.5$, $4.5 \times 0.7 + 0.35 = 3.5$, 则 $\frac{2.5+m+4+4.5}{4} = 3.5$, 则 $m = 3$.

考点 回归直线方程.

4. 【答案】A

解析 由相关指数的意义知, R^2 越大说明相关性越强.

考点 回归分析.

5. 【答案】A

解析 由于回归方程为 $y = 2 - 2.5x$ ，知其为减函数，所以变量 x 增加一个单位时， y 平均减少 2.5 个单位.

考点 线性回归.

6. 【答案】-1.11

解析 由表格数据可知 $\bar{x} = \frac{2+3+4+5}{4} = 3.5$,

$\bar{y} = \frac{2.2+3.8+4.5+5.5}{4} = 4$ 中心点 $(3.5, 4)$ 代入回归方程得 $a = -1.11$

考点 回归方程

7. 【答案】2.5

解析 由表中数据可得 $\bar{x} = \frac{3+4+5+6+7}{5} = 5$,

$\bar{y} = \frac{c+3+4+4.5+6}{5} = \frac{c+17.5}{5}$ ，将点

$(5, \frac{c+17.5}{5})$ 代入 $\hat{y} = 0.85x - 0.25$ 可解得

$c = 2.5$ ，故答案填 2.5.

考点 回归分析.

8. 【答案】68

解析 回归直线过 $(\bar{x}, \bar{y})$ ，根据题意 $\bar{x} = \frac{18+13+10+(-1)}{4} = 10$ ，

$\bar{y} = \frac{24+34+38+64}{4} = 40$ ，代入

$\hat{d} = 40 - (-2) \times 10 = 60$ ，所以 $x = -4$ 时，

$y = (-2) \times (-4) + 60 = 68$ ，所以用电量的度数是 68.

考点 回归直线方程

9. 【答案】④⑤

解析 ①中相关系数 r 越小，两个变量的相关程度越强，②中残差平方和越大的模型，拟合效果越差，

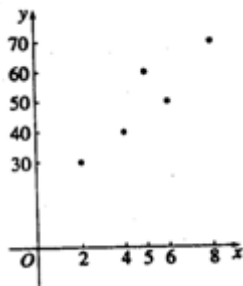
③用相关指数 R^2 来刻画回归效果时， R^2 越大，说明模型的拟合效果越好，④⑤描述内容正确

考点 回归分析问题

10. 分析 (1) 根据数据描点; (2) 由表知 x_i, y_i , 计算 $\bar{x}, \bar{y}$, 由公式 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$,

出 $\hat{b}, \hat{a}$, 得回归方程; (3) 把 $x=10$ 代入 (2) 中的回归方程计算即得.

解: (1) 根据表中所列数据可得散点图如下:



(2) 列出下表, 并用科学计算器进行有关计算:

i	1	2	3	4	5
x_i	2	4	5	6	8
y_i	30	40	60	50	70
$x_i y_i$	60	160	300	300	560

因此, $\bar{x} = \frac{25}{5} = 5, \bar{y} = \frac{250}{5} = 50$,

$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 145, \sum_{i=1}^5 y_i^2 = 13500, \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1380$

于是可得: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5\bar{x}^2} = \frac{1380 - 5 \times 5 \times 50}{145 - 5 \times 5 \times 5} = 6.5$;

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 50 - 6.5 \times 5 = 17.5$,

因此, 所求线性回归方程为: $\hat{y} = 6.5x + 17.5$.

(3) 根据上面求得的线性回归方程, 当广告费支出为 10 百万元时, $\hat{y} = 6.5 \times 10 + 17.5 = 82.5$ (百万元), 即这种产品的销售收入大约为 82.5 百万元.

考点 散点图, 线性回归直线方程.

第六编 概率统计

第十四章 统计

第四节 独立性检 (第 88 页)

典例解析

例 1

练习 2016 年 3 月 9 日至 15 日, 谷歌人工智能系统“阿尔法”迎战围棋冠军李世石, 最终结果“阿尔法”以总比分 4 比 1 战胜李世石. 许多人认为这场比赛是人类的胜利, 也有许多人持反对意见, 有网友为此进行了调查, 在参加调查的 2548 名男性中有 1560 名持反对意见, 2452 名女性中有 1200 名持反对意见, 在运用这些数据说明“性别”对判断“人机大战是人类的胜利”是否有关系时, 应采用的统计方法是 ()

- A. 茎叶图 B. 分层抽样
C. 独立性检验 D. 回归直线方程

【答案】C

解析 这是独立性检验, 因为这里有两个分类变量, 一个是性别分为男女, 一个是意见分为支持和反对, 这样就构成一个 2×2 联表, 用独立性检验来验证“人机大战是人类的胜利”是否有关系.

考点 独立性检验概念

例 2

练习 为了研究学生性别与是否喜欢数学课之间的关系, 得到列联表如下, 请判断有 () 把握认为性别与喜欢数学课有关.

	喜欢数学课程	不喜欢数学课程	总计
男	40	80	120
女	30	150	180
总计	70	230	300

参考数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

- A. 90% B. 95% C. 99% D. 99.9%

【答案】D

解析 $K^2 = \frac{300 \times (40 \times 150 - 80 \times 30)^2}{120 \times 70 \times 180 \times 230} = 11.18$

> 10.828 , 因此有 99.9% 的把握认为性别与喜欢数学课有关.

考点 独立性检验.

例 3

练习 通过随机询问 110 名性别不同的大学生是否爱好某项运动, 得到如下的列联表:

	男	女	总计
爱好	40	20	60
不爱好	20	30	50
总计	60	50	110

$$\text{由 } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \text{ 算得, } K^2 = \frac{110 \times (40 \times 30 - 20 \times 20)^2}{60 \times 50 \times 60 \times 50} \approx 7.8$$

附表:

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

参照附表,得到的正确结论是 ()

- A. 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下,认为“爱好该项运动与性别有关”
- B. 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下,认为“爱好该项运动与性别无关”
- C. 有 99% 以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”
- D. 有 99% 以上的把握认为“爱好该项运动与性别无关”

【答案】C

解析 因为 $K^2 = 7.8 > 6.635$, 但 $7.8 < 10.828$, 故有 99% 以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”在, 故选 C.

考点 独立性检验.

同步练习 (第 69 页)

第四节 独立性检验

1. 【答案】C

解析 独立性检验中的有把握的比例值是一个概率值, 根据概率的含义只有 C 描述的是正确的

考点 独立性检验

2. 【答案】D

解析 由题意得,

$$\frac{105 \times (10 \times 30 - 20 \times 45)^2}{55 \times 50 \times 30 \times 75} \approx 6.109 > 5.024, \text{ 所以有 97.5\% 的把握认为“文化程度与月收入有关系”, 故}$$

选 D.

考点 回归直线方程.

3. 【答案】C

解析 因为 $P(X^2 \geq 6.635) \approx 0.01$, 这说明假设不合理的程度为 99%, 即这种疫苗不能起到预防甲型

H1N1 流感的作用不合理的程度约为 99%, 所以有 99% 的把握认为“这种疫苗能起到预防甲型 H1N1

流感的作用”，故选 C.

考点 独立性检验.

4. 【答案】C

解析 由题意得，根据

$$K^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{+1}n_{1+}n_{2+}n_{+2}} \approx 7.822 > 6.635, \text{ 所以有 } 99\% \text{ 以上的把握认为 “爱好打篮球与性别有关”,}$$

故选 C.

考点 独立性检验.

5. 【答案】A

解析

$$K^2 = 80 \times (50 \times 10 - 10 \times 10)^2 \div (60 \times 20 \times 60 \times 20) \approx 8.88 \text{ 由于 } 8.88 > 6.635, \text{ 所以有 } 99\% \text{ 的把握说事}$$

件 A 与 B 有关

考点 独立性检验

6. 【答案】A

解析 由题这种血清能起到预防感冒的作用为 99% 的有效率，显然 $k_0 > 6.635$, 所以选 A.

考点 独立性检验

7. 【答案】99.5%

解析 由列联表，可得：

$$k^2 = \frac{50 \times (15 \times 20 - 5 \times 10)^2}{20 \times 30 \times 25 \times 25} = 8.33 > 7.879, \text{ 所以大约有 } 99.5\% \text{ 的把握认为主修统计专业与性别有关}$$

系.

考点 独立性检验的应用.

8. 【答案】5%

解析 由 $K^2 \approx 4.844 > 3.841$ 故认为选修文科与性别有关系出错的可能性约为 5%.

考点 独立性检验的应用

9. 分析 (1) 由分层抽样得男生抽取的人数和女生抽取的人数，从而求得 x, y 的值，再计算该校男

生平均每天运动的时间；(2) ①样本中“运动达人”所占比例是 $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ ，所以该校“运动达人”

有 $\frac{1}{6} \times (14000 + 10000) = 4000$ 人；②根据列联表计算 K^2 的观测值 k ，再根据附表下结论.

解：(1) 由分层抽样得：男生抽取的人数为 $120 \times \frac{14000}{14000 + 10000} = 70$ 人，女生抽取的人数为

$120 - 70 = 50$ 人，故 $x = 5, y = 2$ ，则该校男生平均每天运动的时间为：

$$\frac{0.25 \times 2 + 0.75 \times 12 + 1.25 \times 23 + 1.75 \times 18 + 2.25 \times 10 + 2.75 \times 5}{70} \approx 1.5$$

故该校男生平均每天运动的时间约为 1.5 小时.

(2) ①样本中“运动达人”所占比例是 $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ ，故估计该校“运动达人”有

$$\frac{1}{6} \times (14000 + 10000) = 4000 \text{ 人.}$$

②由表格可知:

	运动达人	非运动达人	总计
男生	15	55	70
女生	5	45	50
总计	20	100	120

故 K^2 的观测值

$$k = \frac{120(15 \times 45 - 5 \times 55)^2}{20 \times 100 \times 50 \times 70} = \frac{96}{35} \approx 2.743 < 3.841, \text{ 故在犯错误的概率不超过 } 0.05 \text{ 的前提下不能认为}$$

“是否为‘运动达人’与性别有关”.

考点 1、分层抽样; 2、统计案例.

第六编 概率统计

第十四章 统计

第五节 概率统计综合 (第 90 页)

典例解析

例 1

练习 从集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中随机取出一个数, 设事件 A 为“取出的数是偶数”, 事件 B 为“取出的数是奇数”, 则事件 A 与 B ()

- A. 是互斥且是对立事件 B. 是互斥且不对立事件
C. 不是互斥事件 D. 不是对立事件

【答案】A

解析 从集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中随机取出一个数, 取出的数要么是奇数要么是偶数, 不可能既是奇数又是偶数, 也不可能既不是奇数也不是偶数, 所以事件 A 与 B 是互斥且是对立事件.

考点 斥事件、对立事件的判断.

例 2

练习 设有关 x 的一元二次方程 $9x^2 + 6ax - b^2 + 4 = 0$, 若 a 是从区间 $[0, 3]$ 中任取的一个数, b 是从区间 $[0, 2]$ 中任取的一个数, 则上述方程有实根的概率_____.

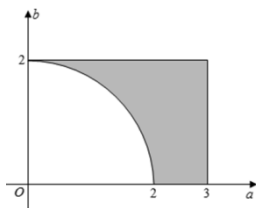
【答案】 $1 - \frac{\pi}{6}$

解析 由方程 $9x^2 + 6ax - b^2 + 4 = 0$ 得

$\Delta = 36a^2 - 36(-b^2 + 4) \geq 0 \therefore a^2 + b^2 \geq 4$, a, b 的取值所构成的区域如图所示, 其中 $a \in [0, 3]$,

$b \in [0, 2]$, $\therefore$ 构成 “ $9x^2 + 6ax - b^2 + 4 = 0$ 有实根 ” 这一事件的区域为

$\{(a, b) | a^2 + b^2 \geq 4, 0 \leq a \leq 3, 0 \leq b \leq 2\}$ (图中阴影部分). $\therefore$ 此时所求概率为 $\frac{2 \times 3 - \frac{1}{4} \pi \times 2^2}{2 \times 3} = 1 - \frac{\pi}{6}$



考点 几何概型概率

例 3

练习 设关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$.

(1) 若 a 是从 1, 2, 3 这三个数中任取的一个数, b 是从 0, 1, 2 这三个数中任取的一个数, 求上述方程中有实根的概率;

(2) 若 a 是从区间 $[0, 3]$ 中任取的一个数, b 是从区间 $[0, 2]$ 中任取的一个数, 求上述方程有实根的概率.

分析 试题分析: (1) 由题意, 总事件数有 9 个, 当方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$ 有根时, $a^2 + b^2 \geq 4$,

可知满足条件有 7 个基本事件, 故概率为 $\frac{7}{9}$; (2) 若 a 是从区间 $[0, 3]$ 中任取的一个数, b 是从区间 $[0, 2]$

中任取的一个数, 故 $0 \leq a \leq 3$, $0 \leq b \leq 2$, 建立坐标系 aOb , 画出区域, 可知 $a^2 + b^2 \geq 4$ 所对应区

域与总的区域之比为 $\frac{2 \times 3 - \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2}{2 \times 3} = 1 - \frac{\pi}{6}$, 由几何概型可知, 方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$ 有实根的概率为 $1 - \frac{\pi}{6}$.

解: (1) 由题意, 知基本事件共有 9 个, 可用有序实数对表示为 $(1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)$, 其中第一个表示 a 的取值, 第二个表示 b 的取

值. 由方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$ 的

$$\Delta = a^2 - 4\left(-\frac{b^2}{4} + 1\right) = a^2 + b^2 - 4 \geq 0,$$

可得, $a^2 + b^2 \geq 4$, 所以方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$ 有实根包含 7 个基本事件,

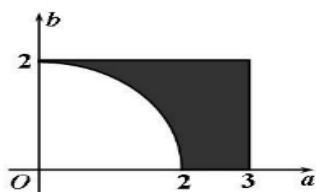
即 $(1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)$.

所以, 此时方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$ 有实根的概率为 $\frac{7}{9}$.

(2) a, b 的取值所构成的区域如图所示, 其中 $0 \leq a \leq 3, 0 \leq b \leq 2$, $\therefore$ 构成“方程 $x^2 + ax - \frac{b^2}{4} + 1 = 0$

有实根”这一事件的区域为 $\{(a, b) | a^2 + b^2 \geq 4, 0 \leq a \leq 3, 0 \leq b \leq 2\}$ (图中阴影部分)

$$\therefore \text{此时所求概率为 } \frac{2 \times 3 - \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2}{2 \times 3} = 1 - \frac{\pi}{6}.$$



考点 古典概型、几何概型.

同步练习 (第 72 页)

第五节 概率统计综合

1. 【答案】B

解析 记事件“这段时间至少有 1 人去此地旅游”为 A , 则 $P(\bar{A}) = (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{5}) = \frac{2}{5}$,

$$\therefore P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

考点 相互独立事件及互斥事件概率的求法

2. 【答案】A

解析 ①有一大批产品, 已知次品率为 10%, 从中任取 100 件, 必有 10 件次品; 错误②做 7 次抛硬币的试验, 结果 3 次出现正面, 因此正面出现的概率是 $\frac{3}{7}$; 应该是频率为 $\frac{3}{7}$, 错误③某事件发生的概率是随着试验次数的变化而变化的; 不变的量, 错误.

④若 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1$, 则 A, B 是对立事件. 不一定.

考点 随机事件的概率

3. 【答案】C

解析 日加工零件个数的样本均值 $\bar{x} = \frac{17+19+20+21+25+30}{6} = 22$, 6 名工人加工零件个数大于

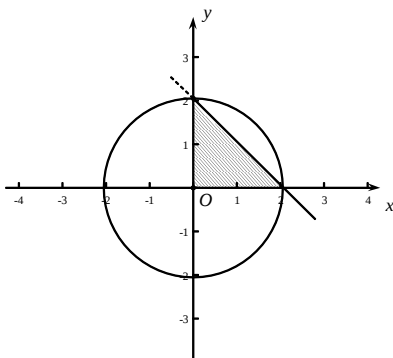
22 件的有 2 人, 所以从该车间 6 名工人中, 任取 2 人, 有 15 种取法, 则至少有 1 名优秀工人的取法有 9 种: 17, 25; 19, 25;

20, 25; 21, 25 17, 30; 19, 30; 20, 30; 21, 30, 25, 30 概率为 $P = \frac{3}{5}$.

考点 1. 茎叶图; 2. 古典概型.

4. 【答案】B

解析 因为 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 16\}$ 表示的平面区域分别为 Ω_1 是面积为 16π 的圆, 区域 Ω_1 内任取一点 $P(x, y)$, 则点 P 落在区域 Ω_2 中的 P 的区域由两部分组成: 四分之三圆面和等腰直角三角形, 面积为 $\frac{3}{4} \times 16\pi + \frac{1}{2} \times 4^2 = 12\pi + 8$, 所以几何概型概率公式得在区域 Ω_1 内任取一点 $P(x, y)$, 则点 P 落在区域 Ω_2 中的概率为 $\frac{12\pi + 8}{16\pi} = \frac{3\pi + 2}{4\pi}$, 故选 B.



考点 1、集合的表示及圆的面积公式; 2、几何概型概率公式.

5. 【答案】 $\frac{1}{\pi}$

解析 设圆的半径为 r , 则由几何概率得: $P = \frac{S_v}{S_{\text{圆}}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2r \times r}{\pi r^2} = \frac{1}{\pi}$,

考点 几何概率.

6. 【答案】 $\frac{7}{10}$

解析 所有 m, n 的组合情况的组成的点 (m, n) 构成长为 5 宽为 3 的矩形, 其面积为 15, 由以及图形可知满足 $m > n$ 的点构成的图形的面积为 10.5, 因此概率为 $p = \frac{10.5}{15} = \frac{7}{10}$

考点 几何概型概率

7. 【答案】 $\frac{1}{4}$

解析 从 1, 3, 5, 7 这四个数中随机地取出两个数组成一个两位数, 共有 12 种取法. 若组成的两位数是 5 的倍数, 则个位数应为 5, 所以有 3 种. 故组成的两位数是 5 的倍数的概率为 $\frac{1}{4}$.

考点 古典概型的应用

8. 【答案】 $\frac{1}{6}$

解析 先后抛掷一枚骰子两次，共有 36 种基本事件，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 为等轴双曲线，就是指 $a = b$ ，

即两次点数相同的基本事件共有 6 种，所以所求概率为 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

考点 古典概型的概率

9. 【答案】 $\frac{1}{5}$

解析 三棱锥中两条相对的棱所在是直线是异面直线，共有 3 对，从 6 条棱中任取两条，利用列举法

可知有 15 种取法， $\therefore$ 取到两条棱异面的概率是 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

考点 1. 三棱锥的异面直线；2. 概率.

10. 分析 (1) 由频率分布直方图分别计算高一学生与高二学生的频率即概率并比较大小即可；(2) 由频率分布直方图计算“手机迷”人数和“非手机迷”人数，再根据已知条件算出其中的男生人数与女生人数，填入表格可得列联表，由列联表中数据代入所给公式计算 K^2 的观察值，并与临界值表对比即可 得出结论.

解：(1) 由频率分布直方图可知，高一学生是“手机迷”的概率为

$$P_1 = (0.0025 + 0.010) \times 20 = 0.25$$

由频数分布表可知，高二学生是“手机迷”的概率为 $P_2 = \frac{14 + 4}{100} = 0.18$

因为 $P_1 > P_2$ ，所以高一年级的学生是“手机迷”的概率大.

(2) 由频率分布直方图可知，在抽取的 100 人中，

“手机迷”有 $(0.010 + 0.0025) \times 20 \times 100 = 25$ (人)，非手机迷有 $100 - 25 = 75$ (人).

从而 2×2 列联表如下：

	非手机迷	手机迷	合计
男	30	15	45
女	45	10	55
合计	75	25	100

将 2×2 列联表中的数据代入公式计算，得

$$k^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{100 \times (30 \times 10 - 45 \times 15)^2}{75 \times 25 \times 45 \times 55} = \frac{100}{33} \approx 3.030 \text{ 因为 } 3.030 > 2.70, \text{ 所以有}$$

90% 的把握认为“手机迷”与性别有关.

考点 1. 频率分布直方图; 2. 独立性检验.

福建高职招考网 <http://www.fjgzzk.org>